# 数列求和方法总结

来源：网络 作者：前尘往事 更新时间：2024-06-23

*第一篇：数列求和方法总结数列的求和一、教学目标：1．熟练掌握等差数列与等比数列的求和公式；2．能运用倒序相加、错位相减、拆项相消等重要的数学方法进行求和运算； 3．熟记一些常用的数列的和的公式．二、教学重点：特殊数列求和的方法．三、教学...*

**第一篇：数列求和方法总结**

数列的求和

一、教学目标：1．熟练掌握等差数列与等比数列的求和公式；

2．能运用倒序相加、错位相减、拆项相消等重要的数学方法进行求和运算； 3．熟记一些常用的数列的和的公式．

二、教学重点：特殊数列求和的方法．

三、教学过程：

（一）主要知识：

1．直接法：即直接用等差、等比数列的求和公式求和。（1）等差数列的求和公式：Snn(a1an)n(n1)na1d 22na1(q1)n（2）等比数列的求和公式Sna1(1q)（切记：公比含字母时一定要讨论）

(q1)1q2．公式法： k2122232k1nn2n(n1)(2n1)

62kk1n3123333n(n1) n233．错位相减法：比如an等差,bn等比,求a1b1a2b2anbn的和.4．裂项相消法：把数列的通项拆成两项之差、正负相消剩下首尾若干项。常见拆项公式：1111111()；

n(n1)nn1n(n2)2nn21111()nn!(n1)!n!

(2n1)(2n1)22n12n15．分组求和法：把数列的每一项分成若干项，使其转化为等差或等比数列，再求和。6．合并求和法：如求10029929829722212的和。7．倒序相加法：

8．其它求和法：如归纳猜想法，奇偶法等

（二）主要方法：

1．求数列的和注意方法的选取：关键是看数列的通项公式； 2．求和过程中注意分类讨论思想的运用； 3．转化思想的运用；

（三）例题分析：

例1．求和：①Sn111111111 n个 ②Sn(x)2(x21x1212n)(x)x2xn ③求数列1，3+4，5+6+7，7+8+9+10，…前n项和Sn 思路分析：通过分组，直接用公式求和。

111010210k解：①ak11k个1k(101)911Sn[(101)(1021)(10n1)][(1010210n)n]99110(10n1)10n19n10[n] 9981②Sn(x211142n2)(x2)(x2)242nxxx111)2n x2x4x2n(x2x4x2n)(x2(x2n1)x2(x2n1)(x2n1)(x2n21)（1）当x1时，Sn2n2n 222n2x1x1x(x1)（2）当x1时,Sn4n ③ak(2k1)2k(2k1)[(2k1)(k1)]

k[(2k1)(3k2)]523kk222Sna1a2an

5235n(n1)(2n1)3n(n1)(122n2)(12n)2226221n(n1)(5n2)6总结：运用等比数列前n项和公式时，要注意公比q1或q1讨论。2．错位相减法求和

例2．已知数列1,3a,5a2,,(2n1)an1(a0)，求前n项和。

思路分析：已知数列各项是等差数列1，3，5，…2n-1与等比数列a0,a,a2,,an1对应项积，可用错位相减法求和。解：Sn13a5a2(2n1)an1aSna3a25a3(2n1)an1 2

12:(1a)Sn12a2a22a32an1(2n1)an

2a(1an1)n当a1时,(1a)Sn1 (2n1)2(1a)1a(2n1)an(2n1)an1 Sn(1a)2当a1时,Snn2 3.裂项相消法求和

2242(2n)2例3.求和Sn 1335(2n1)(2n1)思路分析:分式求和可用裂项相消法求和.解:(2k)2(2k)2111111ak11()

(2k1)(2k1)(2k1)(2k1)(2k1)(2k1)22k12k1111111112n(n1)Sna1a2ann[(1)()()]n(1)23352n12n122n12n1n(n1)(a1)123n2练习:求Sn23n 答案: Sn

a(an1)n(a1)aaaa(a1)n2a(a1)4.倒序相加法求和

012n例4求证：Cn3Cn5Cn(2n1)Cn(n1)2n mnm思路分析：由Cn可用倒序相加法求和。Cn012n证：令SnCn3Cn5Cn(2n1)Cn(1)

mnm(2)CnCnnn1210则Sn(2n1)Cn(2n1)Cn5Cn3CnCn012n (1)(2)有:2Sn(2n2)Cn(2n2)Cn(2n2)Cn(2n2)Cn012nSn(n1)[CnCnCnCn](n1)2n 等式成立

5．其它求和方法

还可用归纳猜想法，奇偶法等方法求和。例5．已知数列an,an2[n(1)n],求Sn。

思路分析：an2n2(1)n，通过分组，对n分奇偶讨论求和。解：an2n2(1)，若n2m,则SnS2m2(1232m)2n(1)k12mk

Sn2(1232m)(2m1)2mn(n1)

若n2m1,则SnS2m1S2ma2m(2m1)2m2[2m(1)2m](2m1)2m2(2m1)

4m22m2(n1)2(n1)2n2n2

(n为正偶数)n(n1)Sn2nn2(n为正奇数)预备：已知f(x)a1xa2x2anxn,且a1,a2,a3,an成等差数列，n为正偶数，又f(1)n2,f(1)n，试比较f()与3的大小。

12(a1an)nn2aa2nf(1)a1a2a3annn2解： 1nd2f(1)a1a2a3an1anndn22aa1(n1)d2n1a11an2n1

d2f(x)x3x25x3(2n1)xn

11111f()3()25()3(2n1)()n2222212可求得f()3()n2(2n1)()n，∵n为正偶数，f()3

（四）巩固练习：

1．求下列数列的前n项和Sn：

（1）5，55，555，5555，…，(10n1)，…；（2）12121259111，,132435（3）an,1,n(n2)；

1nn1；（4）a,2a2,3a3，nan,；

（5）13,24,35，n(n2),；（6）sin21sin22sin23解：（1）Sn555555sin289．

n个5555(9999999(10n1)]

n个999)

5[(101)(1021)(1031)95[101021039（2）∵

10nn]50n5(101)n． 8191111()，n(n2)2nn2111111[(1)()()232435111111()](1)． nn222n1n2∴Sn（3）∵an∴Sn1nn1n1nn1n(nn1)(n1n)1

n1n112132(21)(32)（4）Sna2a23a3(n1n)n11．

nan，当a1时，Sn123…nn(n1)，2 当a1时，Sna2a23a3…nan，aSna22a33a4…nan1，两式相减得(1a)Snaaa…ana23nn1a(1an)nan1，1anan2(n1)an1a∴Sn． 2(1a)（5）∵n(n2)n22n，∴ 原式(122232…n2)2(123…n)（6）设Ssin21sin22sin23 又∵Ssin289sin288sin287 ∴ 2S89，Sn(n1)(2n7)．

6sin289，sin21，89． 26n5(n为奇数)2．已知数列{an}的通项ann，求其前n项和Sn．

2(n为偶数)解：奇数项组成以a11为首项，公差为12的等差数列，偶数项组成以a24为首项，公比为4的等比数列； 当n为奇数时，奇数项有

n1n1项，偶数项有项，22n1n1(16n5)4(142)(n1)(3n2)4(2n11)2∴Sn，21423当n为偶数时，奇数项和偶数项分别有

n项，2nn(16n5)4(142)n(3n2)4(2n1)2∴Sn，21423(n1)(3n2)4(2n11)23所以，Snnn(3n2)4(21)23

(n为奇数)．

(n为偶数)

四、小结：1．掌握各种求和基本方法；2．利用等比数列求和公式时注意分q1或q1讨论。

**第二篇：数列求和方法总结**

数列求和的基本方法和技巧

数列是高中代数的重要内容，又是学习高等数学的基础。在高考和各种数学竞赛中都占有重要的地位。数列求和是数列的重要内容之一，除了等差数列和等比数列有求和公式外，大部分数列的求和都需要一定的技巧。下面，就几个历届高考数学和数学竞赛试题来谈谈数列求和的基本方法和技巧。

一、公式法

利用下列常用求和公式求和是数列求和的最基本最重要的方法。

1、差数列求和公式：Sn(a1an)

n2nan(n1)

12d

na1(q1)

2、等比数列求和公式：San

n1(1q)a

11qanq

1q(q1)

n3、Sk1n

(n1)

4、S

21nn

k12k(n1)(2n1)

k16

n4、Snk3[1(n1)]

2k12

例 ：已知log12

3xlog，求xxx3xn的前n项和.2

3解：由log

13x

log3loglog1

3x32x2

2由等比数列求和公式得Snxx2x3xn

＝x(1xn)

1x 1(11

＝n)

11

＝1－1

2n

解析：如果计算过程中出现了这些关于n的多项式的求和形式，可以直接利用公式。

二、错位相减

这种方法是在推导等比数列的前n项和公式时所用的方法，这种方法主要用于求数列{an·

项和，其中{ an }、{ bn }分别是等差数列和等比数列。

bn}的前n

1例：求数列a,2a2,3a3,4a4,…,nan, …(a为常数)的前n项和。

解：若a=0, 则Sn=0

若a=1,则Sn=1+2+3+…+n=

若a≠0且a≠1

则Sn=a+2a2+3a3+4a4+…+ nan

∴aSn= a2+2 a3+3 a4+…+nan+1

∴(1-a)Sn=a+ a2+ a3+…+an-nan+1

n1aa= nan1

1an(n1)

2n1n1aana ∴Sn=(a1)2(1a)1a

当a=0时，此式也成立。

∴Sn=

n(n1)(a1)2aan1nan1(a1)2(1a)1a

解析：数列是由数列n与an对应项的积构成的，此类型的才适应错位相减，（课本中的的等比数列前n项和公式就是用这种方法推导出来的），但要注意应按以上三种情况进行讨论，最后再综合成两种情况。

三、倒序相加

这是推导等差数列的前n项和公式时所用的方法，就是将一个数列倒过来排列（反序），再把它与原数列相加，就可以得到n个(a1an)。

[例5] 求证：Cn3Cn5Cn(2n1)Cn(n1)

2证明： 设SnCn3Cn5Cn(2n1)Cn…………………………..①

把①式右边倒转过来得

nn110（反序）Sn(2n1)Cn(2n1)Cn3CnCn012n012nn

又由CnCnmnm可得

1n1n…………..……..② CnSn(2n1)Cn(2n1)Cn3Cn0

01n1n①+②得2Sn(2n2)(CnCnCnCn)2(n1)2n（反序相加）

∴Sn(n1)2n

解析：此类型关键是抓住数列中与首末两端等距离的两项之和相等这一特点来进行倒序相加的。

四、分组求和

有一类数列，既不是等差数列，也不是等比数列，若将这类数列适当拆开，可分为几个等差、等比或常见的数列，然后分别求和，再将其合并即可。

例：Sn=-1+3-5+7-…+(-1)n(2n-1)

解法：按n为奇偶数进行分组，连续两项为一组。

当n为奇数时：

Sn=(-1+3)+(-5+7)+(-9+11)+…+(-2n+1)

=2×n1+(-2n+1)

2=-n

当n为偶数时：

Sn=(-1+3)+(-5+7)+(-9+11)+…+[(-2n+3)+(2n+1)]

=2×

=n

∴Sn=

n 2

五、裂项法求和

这是分解与组合思想在数列求和中的具体应用。裂项法的实质是将数列中的每项（通项）分解，然后

重新组合，使之能消去一些项，最终达到求和的目的通项分解（裂项）如：（1）anf(n1)f(n)（2）sin1tan(n1)tanncosncos(n1)

111(2n)2111（3）an（4）an1()n(n1)nn1(2n1)(2n1)22n12n

1（5）an1111[] n(n1)(n2)2n(n1)(n1)(n2)

(6)ann212(n1)n1111nn,则S1 nn1nnn(n1)2n(n1)2n2(n1)2(n1)

21111，，…，…的前n项和S 132435n(n2)例：求数列

解：∵1111=(）n(n2)2nn2

Sn=111111(1)()() 2324nn2

1111(1)22n1n2

311= 42n22n4=

解析：要先观察通项类型，在裂项求和，而且要注意剩下首尾两项，还是剩下象上例中的四项，后面还很可能和极限、求参数的最大小值联系。

六、合并求和

针对一些特殊的数列，将某些项合并在一起就具有某种特殊的性质，因此，在求数列的和时，可将这些项放在一起先求和，然后再求Sn.例：数列{an}：a11,a23,a32,an2an1an，求S2002.解：设S2002＝a1a2a3a200

2由a11,a23,a32,an2an1an可得

a41,a53,a62,a71,a83,a92,a101,a113,a122,……

a6k11,a6k23,a6k32,a6k41,a6k53,a6k62

∵ a6k1a6k2a6k3a6k4a6k5a6k60（找特殊性质项）∴ S2002＝a1a2a3a2002（合并求和）

＝(a1a2a3a6)(a7a8a12)(a6k1a6k2a6k6)

(a1993a1994a1998)a1999a2000a2001a2002

＝a1999a2000a2001a2002

＝a6k1a6k2a6k3a6k

4＝

5七、拆项求和

先研究通项，通项可以分解成几个等差或等比数列的和或差的形式，再代入公式求和。

例：求数5，55，555，…，的前n项和Sn

解： 因为5n9(101)

所以 Sn=5+55+555+…=5(101)(1021)(10n

91)

=510(10n1)

9101n



=50

8110n5

9n50

解析：根据通项的特点，通项可以拆成两项或三项的常见数列，然后再分别求和。另外：S1

n=1221

4311

8n2n

可以拆成：S…+n）+(1111

n=（1+2+3+2482n)

**第三篇：数列求和的常用方法**

数列求和的常用方法

一、公式法

1、差数列求和公式：Snn(a1an)n(n1)na1d2

2(q1)na1n2、等比数列求和公式：Sna1(1q)a1anq (q1)1q1q

例

1、设{an}是公比大于1的等比数列，Sn为数列{an}的前n项和．已知S37，且a13，3a2，a34构成等差数列．

（1）求数列{an}的等差数列．

（2）令bnlna3n1，n1求数列{bn}的前n项和T．，2，二、倒序相加法

若和式中到首尾距离相等的两项和有其共性或数列的通项与组合数相关联，则常可考虑选用倒序相加法，发挥其共性的作用求和（这也是等差数列前n和公式的推导方法）.2x1 例

2、设函数f(x)x的图象上有两点P1(x1, y1)、P2(x2, y2)，若(OP1OP2)22

2且点P的横坐标为1.2

2n3nnn（I）求证：P点的纵坐标为定值，并求出这个定值； \*（II）若Snf()f()f()f(),nN,求Sn;

1n

三、裂项相消法：

如果数列的通项可“分裂成两项差”的形式，且相邻项分裂后相关联，那么常选用裂项相消法求和.常用裂项形式有：

（1）

1nn

1n1n

（2）

 1111

[]

n(n1)(n2)2n(n1)(n1)(n2)

（3）

若数列{an}为等差数列，an0，公差d0，

aa11d1111

n1n,()anan1anan1anan1anan1danan1

1111111111

}的前n项和Sn()()()

da1a2da2a3danan1anan1

则数列

1111aan

。()n11

da1an1da1an1a1an1

例

3、求和：Sn。

1 1447710(3n2)(3n1)

四、错位相减法

若数列cn的通项公式cnanbn，其中an、bn中一个是等差数列，一个是等比数列求和时一般可在已知和式的两边都乘以组成这个数列的等比数列的公比，然后再将所得新和式与原和式相减，转化为同倍数的等比数列求和。这种方法叫错位相减法。例

4、求数列1，3a，5a2，7a3，… …(2n-1)an-1，… …(a1)前n项和。解: 因sn= 1+3a+5a2+7a3+… …+(2n-1)an-1(1)

(1)乘以a得：a.sn= a+3a2+5a3+7a4+…+(2n-3)an-1+(2n-1)an(2)

(1)-(2)得：(1-a)sn= 1+2a+2a2+2a3+… +2an-1+(2n-1)an

=2(1+a+a2+a3+…+an-1)-(2n-1)an-

111an22n1an1

1a

21an2n1an1

所以：sn

21a1a





五、拆项求和法

若数列cn的通项公式为cnanbn，其中an、bn中一个是等差数列，另一个是等比数列，求和时一般利用拆项求和法。

23、4例

5、求数列

1、解：因为ann所以Sn1

1214181、的前n项的和。16n

2111232481

nn

2

123

1111

nn

2482

1112nn122nnn1n1

22212

数列求和练习题

1．在数列{an}中，an

1nn

1,若其前n项和Sn9，则项数n为

（）

A．9 B．10 C．99 D．100

－

2．数列1，（1+2），（1+2+22），„，（1+2+22+„+2n1），„的前n项和等于

A．2

n1

（）

n B．2

n1

n2 C．2n1

n

D．2n2D．2

（）（）

n

3．设Sn1234(1)n1n,则S17S33S50=

A．－1

B．0

C．1

4．数列1，111，,的前n项和为12123123n

B．

A．

n n12n

n1

C．

n(n1)

D．

n(n1)

（）

222

5．数列{an}的前n项和Sn2n1,则a1a2an

D．(41)

A．(21)

n2

B．(21)

n

C．41

n

3n

6．数列{an}中,an4n1,令bn

A．n

a1a2an,则数列{bn}的前n项和为（）

n

C．n(n1)

D．n(2n1)

B．n(n2)

7．数列1,2,3,4,51214111,6,的前10项之和为81632

111x2

f(1)f(2)f(3)f(4)f()f()f()＝8．已知f(x)，则

2341x2

9．已知{an}的前n项和Snn24n1,则|a1||a2||a10|的值为10．已知数列{an}的通项公式是an,则前n项和为

n25n6

n11、已知数列xn的首项x13，通项xn2pnpnN\*,p,q为常数，且x1,x4,x5成等差数列。求：（I）p,q的值；(II)数列xn前n项和Sn的公式。



12．数列{an}的前n项和为Sn，且满足a11,2Sn(n1)an,（I）求an与an1的关系式，并求{an}的通项公式；（II）求和Wn

.222

a21a31an11

13.在数列

ann中，a11，an12an2.(I)设ban

n2

n1

.证明：数列bn是等差数列；

求数列an的前n项和Sn(II)

**第四篇：数列求和方法及数学归纳法**

数列求和

一、常用公式法

直接利用公式求和是数列求和的最基本的方法．常用的数列求和公式有：

等差数列求和公式:

等比数列求和公式:

二、错位相减法

可以求形如 的数列的和，其中

为等差数列，为等比数列.例1：求和：.设

减法求和.解：，其中 为等差数列，为等比数列，公比为，利用错位相，两端同乘以，得，两式相减得

于是.说明：错位相减法实际上是把一个数列求和问题转化为等比数列求和的问题.三、裂项相消法

适用于 阶乘的数列等 例2

求数列{1/（＋)}的前n项和 其中{

}是各项不为0的等差数列，c为常数；部分无理数列、含解： ∵1/(＋)＝－(n＋1－n＝1)

分母有理化

∴1/（＝

＝＋)＋1/(－－1

＋)＋…＋1/(－

－)－1＋＋…＋说明：对于分母是两二次根式的和，且被开方数是等差数列，利用乘法公式，使分母上的和变成了分子上的差，从

而Sn又因中间项相消而可求。

四、分组转化法

有一类数列，既不是等差数列，也不是等比数列，若将这类数列适当拆开，能分为几个

等差、等比或常见的数列，则对拆开后的数列分别求和，再将其合并即可求出原数列的和．

n例3 已知集合A＝{a|a＝2＋9n－4，n∈N且a＜2024}，求A中元素的个数，以及这些元素的和

1011解： 由 2＝1024，2＝2024 1010－4＜2024

知 2＋9×1110－4＞2024

2＋9×

∴ A中有10个元素,记这些元素的和为S10，则

(首项为9，公差为9的等差数列)

2310

S10＝2＋2＋2＋…＋2＋9＋18＋…＋90－4×

(首项为2，公比为2的等比数列)

5－40＝2501

＝2(210－1)＋99× 说明：本题中A是一个集合，集合中的元素是不可重复的，也是没有顺序，所以集合与数列是不同的，但在求和时与10个元素的顺序无关，所以可借用数列的方法求和。

五、配对求和法

对一些特殊的数列，若将某些项合并在一起就具有某种特殊的性质，则在数列求和时，可考虑把这些项放在一起先配对求和，然后再求Ｓｎ． 例4, 设数列的首项为，前项和

（1）求证：数列是等比数列。

满足关系式：

（2）设数列的公比为，作数列使，求。（3）对（2）中的数列求和：。

（1997年上海高考试题）

解: 1）略；（2），（提示：）

（3）

（提示：配对求和）

六、数学归纳法

第一数学归纳法：（1）已知命题P(1)成立；

（2）若命题P(k)成立，则P(k1)成立；

由（1）（2）可知命题P(n)都成立。

简单实例：证明12342n22n12n1(nN\*)； 第二数学归纳法：（1）已知命题P(1)成立；

（2）若当nk时命题P(k)都成立，则P(k1)成立；

由（1）（2）命题P(n)都成立。

应用的注意点：

（1）两步缺一不可

（2）第二步证明是必须利用归纳假设；

例5．用数学归纳法证明：。

证明：i)当n=2时，左式=，右式=，∵，∴，即n=2时，原不等式成立。

ii)假设n=k(k≥2, k∈Z)时，不等式成立，即 ，则n=k+1时，左边=

右边=，要证左边>右边，只要证，只要证

2，只要证 4k+8k+4>4k+8k+3

只要证4>3。

而上式显然成立，所以原不等式成立，即n=k+1时，左式>右式。

由i), ii)可知，原不等式对n≥2，n∈N均成立。

七.倒序相加法：

如果一个数列｛an｝，与首末两项等距的两项之和等于首末两项之和，可采用把正着写和与倒着写和的两个和式相加，就得到一个常数列的和，这一求和的方法称为倒序相加法。

例6.求和

解析：据组合数性质，将倒序写为

以上两式相加得：

八.待定系数法

类似等差数列，如果是关于的次式，那么它的前项和

次式的各项系数即可。

是关于的次式，且不含常数项。因此，只要求出这个例7.求和解析：由于通项是的二次式，则是的三次式，且不含常数项。

设，令得

解得

所以

九．无穷等比数列各项和

符号：Sa1a2...an...limSn

nnn显然：1）q1，limSnlimna1不存在

2）q1,，Sn,1a1，n2milSn不存在(mN\*)mn0,n2ma1(1qn)3）q1，limSnlim不存在

nn1qa1(1qn)a4）q1，limSnlim1

nn1q1q定义：我们把q1的无穷等比数列前n项的和Sn当n时的极限叫做无穷等比数列各项的和，并用S表示，即S=

a1(q1)。1q注：1.无穷等比数列前n项和Sn与它的各项和S的区别与联系； 2.前n项之和Sn是数列中有限个项的和,而无穷等比数列各项的和Sn是数列中所有的项的和,它们之间有着本质的区别。

3.对有无穷多项的等比数列,我们是不可能把它们所有的项一一相加的,而是通过对它的前n项之和取极限运算而求得,是用有限的手段解决无限的问题。

4.求和前提：0q1,q0；公式表明它只求公比0q1,q0 的无穷等比数列各项的和.数学归纳法

●难点磁场

(★★★★)是否存在a、b、c使得等式1·22+2·32+…+n(n+1)2=

n(n1)(an2+bn+c).12●案例探究

［例1］试证明：不论正数a、b、c是等差数列还是等比数列，当n＞1,n∈N\*且a、b、c互不相等时，均有：an+cn＞2bn.命题意图：本题主要考查数学归纳法证明不等式，属★★★★级题目.知识依托：等差数列、等比数列的性质及数学归纳法证明不等式的一般步骤.错解分析：应分别证明不等式对等比数列或等差数列均成立，不应只证明一种情况.技巧与方法：本题中使用到结论：(ak－ck)(a－c)＞0恒成立(a、b、c为正数)，从而ak+1+ck+1＞ak·c+ck·a.b证明：(1)设a、b、c为等比数列，a=,c=bq(q＞0且q≠1)

qbnnnn1∴a+c=n+bq=b(n+qn)＞2bn

qqnn

ancnacn(2)设a、b、c为等差数列，则2b=a+c猜想＞()(n≥2且n∈N\*)

22下面用数学归纳法证明：

a2c2ac2()①当n=2时，由2(a+c)＞(a+c)，∴

22akckack(), ②设n=k时成立，即

22ak1ck11(ak+1+ck+1+ak+1+ck+1)则当n=k+1时，2411＞(ak+1+ck+1+ak·c+ck·a)=(ak+ck)(a+c)44ackacack+1＞()·()=()

2221［例2］在数列{an}中，a1=1，当n≥2时，an,Sn,Sn－成等比数列.2(1)求a2,a3,a4，并推出an的表达式；(2)用数学归纳法证明所得的结论；(3)求数列{an}所有项的和.2

22命题意图：本题考查了数列、数学归纳法、数列极限等基础知识.知识依托：等比数列的性质及数学归纳法的一般步骤.采用的方法是归纳、猜想、证明.错解分析：(2)中，Sk=－

1应舍去，这一点往往容易被忽视.2k3111}是以{}为首项，为公差的等差数列，进而求得SnS12技巧与方法：求通项可证明{通项公式.11成等比数列，∴Sn2=an·(Sn－)(n≥2)

(\*)222(1)由a1=1,S2=a1+a2=1+a2,代入(\*)式得:a2=－

3212由a1=1，a2=－,S3=+a3代入(\*)式得：a3=－

3315解：∵an,Sn,Sn－

(n1)1 2同理可得：a4=－,由此可推出：an= 2(n1)35(2n3)(2n1)(2)①当n=1,2,3,4时，由(\*)知猜想成立.2②假设n=k(k≥2)时，ak=－成立

(2k3)(2k1)故Sk2=－21·(Sk－)

2(2k3)(2k1)∴(2k－3)(2k－1)Sk2+2Sk－1=0 11(舍),Sk2k12k311由Sk+12=ak+1·(Sk+1－),得(Sk+ak+1)2=ak+1(ak+1+Sk－)

22∴Sk=

2ak1ak11122aaak1k1k12k12k12(2k1)2

2ak1,即nk1命题也成立.[2(k1)3][2(k1)1]1(n1)由①②知，an=对一切n∈N成立.2(n2)(2n3)(2n1)(3)由(2)得数列前n项和Sn=

1,∴S=limSn=0.n2n1数学归纳法的应用

具体常用数学归纳法证明：恒等式，不等式，数的整除性，几何中计算问题，数列的通项与和等.

**第五篇：高中数列求和方法及巩固**

数列求和的方法

1、公式法：

如果一个数列是等差、等比数列或者是可以转化为等差、等比数列的数列，我们可以运用等差、等比数列的前n项和的公式来求.①等差数列求和公式：Snna1annn1na1d 2

2na1q1②等比数列求和公式：Sna11qnaaq 1nq11q1q

n(n1)2常见的数列的前n项和：123……+n=，1+3+5+„„+(2n-1)=n 2

n(n1)(2n1)n(n1)3333122232……+n2=，123……+n=等.6222、倒序相加法：

类似于等差数列的前n项和的公式的推导方法。如果一个数列an，与首末两项等距的两项之和等于首末两项之和，可采用正序写和与倒序写和的两个和式相加，就得到一个常数列的和。这一种求和的方法称为倒序相加法.x

例

1、已知函数f

x（1）证明：fxf1x1；

1（2）求f102f108f109f的值.10

解：（1）先利用指数的相关性质对函数化简，后证明左边=右边

（2）利用第（1）小题已经证明的结论可知，1f1092ff1010

2f10

8f108f105f109f 101f 105f1 101令Sf109则Sf108f102f10

两式相加得：

2S9

1f1099f9所以S.210

1小结：解题时，认真分析对某些前后具有对称性的数列，可以运用倒序相加法求和.1222

32针对训练

3、求值：S

2110222923282

22 10

13、错位相减法：

类似于等比数列的前n项和的公式的推导方法。若数列各项是由一个等差数列和一个等比数列对应项相乘得到，即数列是一个“差·比”数列，则采用错位相减法.若anbncn，其中bn是等差数列，cn是公比为q等比数列，令Snb1c1b2c2

bn1cn1bncn



n

则qSnb1c2b2c3bnc1

nn

b c

两式相减并整理即得 例

2、（2024年全国Ⅰ第19题第（2）小题，满分6分）已知 ann2n1，求数列｛an｝的前n项和Sn.解：Sn

120221(n1)2n2n2n1①

2Sn121222

②—①得

(n1)2n1n2n②

2n1n2n2n

1Snn2n12021

小结：错位相减法的求解步骤：①在等式两边同时乘以等比数列cn的公比

q；②将两个等式相减；③利用等比数列的前n项和的公式求和.针对训练

4、求和：Sn

x2x23x3

nxnx0,x1

4、裂项相消法：

把数列的通项拆成两项之差，即数列的每一项都可按此法拆成两项之差，在求和时一些正负项相互抵消，于是前n项的和变成首尾若干少数项之和，这一求

c和方法称为裂项相消法。适用于类似（其中an是各项不为零的等差数

aann1

列，c为常数）的数列、部分无理数列等。用裂项相消法求和，需要掌握一些常

见的裂项方法：（1）

1111111

k1，特别地当时，

nn1nn1nnkknnk

（2

k，特别地当k

1例

3、数列an的通项公式为an解：Sna1a2a3，求它的前n项和Sn

n(n1)

an1an

1nn1nn1

1111

 n1nnn1



12233

411111

=1



2

2334

1n n1n1

小结：裂项相消法求和的关键是数列的通项可以分解成两项的差，且这两项是同一数列的相邻两项，即这两项的结构应一致，并且消项时前后所剩的项数相同.1

针对训练5的前n项和Sn.5、分组求和法：

有一类数列，它既不是等差数列，也不是等比数列.若将这类数列适当拆开，可分为几个等差、等比数列或常见的数列，然后分别求和，再将其合并即可.例

4、求和：Sn235143526353解：Sn235143526353

246

2n3515253

2n35n

2n35n 5n

n

111n5315

2nn13nn1

1451

5小结：这是求和的常用方法，按照一定规律将数列分成等差（比）数列或常见的数列，使问题得到顺利求解.针对训练

6、求和：Sna1a22a33

ann

提高练习

1．数列{an}满足：a1＝1，且对任意的m，n∈N\*都有：am＋n＝am＋an＋mn，则

1111()a1a2a3a2008

A．

4016

2024

B．

2024

2024

C．

2024

4D．

2024

2024

2．数列{an}、{bn}都是公差为1的等差数列，若其首项满足a1＋b1＝5，a1＞b1，且a1，b

1∈N\*，则数列{abn}前10项的和等于()

A．100 B．85 C．70 D．5

53．设m=1×2+2×3+3×4+„+(n-1)·n，则m等于()

n(n21)111A.B.n(n+4)C.n(n+5)D.n(n+7)

322

2n-1

4．若Sn=1-2+3-4+„+(-1)·n，则S17+S33＋Ｓ50等于()A.1B.-1C.0D.2 5．设{an}为等比数列,{bn}为等差数列，且b1=0,cn=an+bn,若数列{cn}是1,1,2,„,则{cn}的前10项和为()A.978B.557C.467D.979

6．1002-992+982-972+„+22-12的值是()A.5000B.5050C.10100D.20200

7．一个有2024项且各项非零的等差数列，其奇数项的和与偶数项的和之比为8．若12+22+„+(n-1)2=an3+bn2+cn，则a,bc9．已知等差数列{an}的首项a1＝1，公差d＞0，且其第二项、第五项、第十四项分别是等

比数列{bn}的第二、三、四项．(1)求数列{an}与{bn}的通项公式；

(2)设数列{cn}对任意自然数n均有求c1＋c2＋c3＋„＋c2003的值．

10．已知数列{an}的前n项和Sn满足:Sn=2an+(-1)n,n≥1.(1)求证数列{an+

cc1c2c3

nan1成立． b1b2b3bn

(-1)n}是等比数列;3

1117.a4a5am8

(2)求数列{an}的通项公式；(3)证明：对任意的整数m>4,有

提高练习答案

1．解：∵am＋n＝am＋an＋mn，∴an＋1＝an＋a1＋n＝an＋1＋n，∴利用叠加法得到：an

n(n1)1211，∴2()，2ann(n1)nn1

∴

1111111111

2(1)2(1)a1a2a3a\*\*\*20094016

． 2024



答案：A.2．解：∵an＝a1＋n－1，bn＝b1＋n－1 ∴abn＝a1＋bn－1＝a1＋(b1＋n―1)―1

＝a1＋b1＋n－2＝5＋n－2＝n＋3

则数列{abn}也是等差数列，并且前10项和等于：答案：B.3．解：因为 an=n2-n.，则依据分组集合即得.答案;A.413

1085 2

n1

(n为奇)2

4．解：对前n项和要分奇偶分别解决，即：Sn=

n(n为偶)2

答案：A

5．解由题意可得a1=1,设公比为q,公差为d,则

qd1q2d2

∴q2-2q=0,∵q≠0,∴q=2,∴an=2n-1,bn=(n-1)(-1)=1-n,∴cn=2n-1+1-n,∴Sn=978.答案：A

6．解：并项求和，每两项合并，原式=(100+99)+(98+97)+„+(2+1)=5050.答案：B

7． 解： 设此数列{an},其中间项为a1001,则S奇=a1+a3+a5+„+a2001=1001·a1001,S偶=a2+a4+a6+„+a2000=1000a1001.答案:

1001

1000

(n1)n(2n1)2n33n2n

.8．解： 原式=

答案：;;

326

9．解：(1)由题意得(a1＋d)(a1＋13d)＝(a1＋4d)2(d＞0)

－

解得d＝2，∴an＝2n－1，可得bn＝3n1(2)当n＝1时，c1＝3；

当n≥2时，由

cn

an1an，得cn＝2·3n－1，n

故cn

3(n1),23

n1

(n2).故c1＋c2＋c3＋„＋c2003＝3＋2×3＋2×32＋„＋2×32002＝32003． 10．(1)证明由已知得an=Sn-Sn-1=2an+(-1)n-2an-1-(-1)n-1(n≥2),化简得an=2an-1+2(-1)n-1(n≥2),2221(-1)n=2［an-1+(-1)n-1］(n≥2),∵a1=1,∴a1+(-1)1=.333321

故数列{an+(-1)n}是以为首项，公比为2的等比数列.33

n1

2n2(2)解由（1）可知an+(-1)=.33

1222

∴an=×2n-1-(-1)n=［2n-2-(-1)n］,故数列{an}的通项公式为an=［2n-2-(-1)n］.3333

上式可化为an+(3)证明由已知得

 a4a5am

=

31113111111

3m22

221212(1)m2391533632m2(1)m

1111111111

=(1)(1)23511212351020

11

(1)m514514221\*\*\*572=.(m5)()m5

1232355\*\*\*0821

2

故

1117(m4)a4a5am8

本文档由站牛网zhann.net收集整理，更多优质范文文档请移步zhann.net站内查找