# 93全国高中数学联赛试题及详细解析

来源：网络 作者：无殇蝶舞 更新时间：2024-09-10

*一、选择题(每小题5分，共30分)1．若M={(x，y)||tanpy|+sin2px=0}，N={(x，y)|x2+y2≤2}，则M∩N的元素个数是（）(A)4(B)5(C)8(D)95．在△ABC中，角A，B，C的对边长分别为a，b，c...*

一、选择题(每小题5分，共30分)

1．若M={(x，y)|

|tanpy|+sin2px=0}，N={(x，y)|x2+y2≤2}，则M∩N的元素个数是（）

(A)4

(B)5

(C)8

(D)9

5．在△ABC中，角A，B，C的对边长分别为a，b，c，若c-a等于AC边上的高h，则sin+cos的值是（）

(A)1

(B)

(C)

(D)-1

6．设m，n为非零实数，i为虚数单位，zÎC，则方程|z+ni|+|z-mi|=n与|z+ni|-|z-mi|=-m在同一复平面内的图形(F1，F2为焦点)是（）

二、填空题（每小题5分，共30分）

1．二次方程(1-i)x2+(l+i)x+(1+il)=0(i为虚数单位，lÎR)有两个虚根的充分必要条件是l的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

2．实数x，y满足4x2-5xy+4y2=5，设

S=x2+y2，则+=\_\_\_\_\_\_\_．

3．若zÎC，arg(z2-4)=，arg(z2+4)=，则z的值是\_\_\_\_\_\_\_\_.[来源:学科网ZXXK]

4．整数的末两位数是\_\_\_\_\_\_\_.三、（本题满分20分）

三棱锥S－ABC中，侧棱SA、SB、SC两两互相垂直，M为三角形ABC的重心，D为AB的中点，作与SC平行的直线DP．证明：(1)DP与SM相交；(2)设DP与SM的交点为D¢，则D¢为三棱锥S－ABC的外接球球心．

四、（本题满分20分）

设0

[来源:学科网]

五、（本题满分20分）

设正数列a0，a1，a2，…，an，…满足－=2an－1，(n≥2)且a0=a1=1，求{an}的通项公式．

第二试

一、（35分）

设一凸四边形ABCD，它的内角中仅有ÐD是钝角，用一些直线段将该凸四边形分割成n个钝角三角形，但除去A、B、C、D外，在该四边形的周界上，不含分割出的钝角三角形顶点．试证n应满足的充分必要条件是n≥4．

[来源:Z。xx。k.Com]

三、（35分）

水平直线m通过圆O的中心，直线l^m，l与m相交于M，点M在圆心的右侧，直线l上不同的三点A,B,C在圆外，且位于直线m上方，A点离M点最远，C点离M点最近，AP,BQ,CR为圆

O的三条切线，P,Q,R为切点．试证：(1)l与圆O相切时，AB´CR+BC´AP=AC´BQ；(2)l与圆O相交时，AB´CR+BC´AP＜AC´BQ；(3)l与圆O相离时，AB´CR+BC´AP＞AC´BQ.1993年全国高中数学联合竞赛解答

第一试

一、选择题(每小题5分，共30分)

1．若M={(x，y)|

|tanpy|+sin2px=0}，N={(x，y)|x2+y2≤2}，则M∩N的元素个数是（）

(A)4

(B)5

(C)8

(D)9

3．集合A，B的并集A∪B={a1，a2，a3}，当A¹B时，(A，B)与(B，A)视为不同的对，则这样的(A，B)对的个数是（）

（A）8

（B）9

（C）26

（D）27

【答案】D

【解析】a1∈A或ÏA，有2种可能，同样a1∈B或ÏB，有2种可能，但a1ÏA与a1ÏB不能同时成立，故有22－1种安排方式，同样a2、a3也各有22－1种安排方式，故共有(22－1)3种安排方式．选D．

5．在△ABC中，角A，B，C的对边长分别为a，b，c，若c-a等于AC边上的高h，则sin+cos的值是（）

(A)1

(B)

(C)

(D)-1

6．设m，n为非零实数，i为虚数单位，zÎC，则方程|z+ni|+|z-mi|=n与|z+ni|-|z-mi|-m在同一复平面内的图形(F1，F2为焦点)是（）[来源:学。科。网]

【答案】B

【解析】方程①为椭圆，②为双曲线的一支．二者的焦点均为(－ni，mi)，由①n>0，故否定A，由于n为椭圆的长轴，而C中两个焦点与原点距离(分别表示|n|、|m|)均小于椭圆长轴，故否定C．

由B与D知，椭圆的两个个焦点都在y轴负半轴上，由n为长轴，知|OF1|=n，于是mx1>x2>x3>0，要使log1993+log1993+log1993≥k·log1993恒成立，则k的最大值是\_\_\_\_\_\_\_.6．三位数(100，101，L，999)共900个，在卡片上打印这些三位数，每张卡片上打印一个三位数，有的卡片所印的，倒过来看仍为三位数，如198倒过来看是861；有的卡片则不然，如531倒过来看是，因此，有些卡片可以一卡二用，于是至多可以少打印\_\_\_\_\_张卡片．

【答案】34

【解析】首位与末位各可选择1，6，8，9，有4种选择，十位还可选0，有5种选择，共有4×5×4=80种选择．

但两端为1，8，中间为0，1，8时，或两端为9、6，中间为0，1，8时，倒后不变；共有2×3+2×3=12个，故共有(80－12)÷2=34个．

三、（本题满分20分）

三棱锥S-ABC中，侧棱SA、SB、SC两两互相垂直，M为三角形ABC的重心，D为AB的中点，作与SC平行的直线DP．证明：(1)DP与SM相交；(2)设DP与SM的交点为，则为三棱锥S—ABC的外接球球心．

四、（本题满分20分）

设0

五、（本题满分20分）

设正数列a0、a1、a2、…、an、…满足

－=2an－1，(n≥2)

且a0=a1=1，求{an}的通项公式．

【解析】变形，同除以得：=2+1，令+1=bn，则得bn=2bn－1．

即{bn}是以b1=+1=2为首项，2为公比的等比数列．

∴

bn=2n．

∴

=(2n－1)2．故

∴

第二试

一、（35分）

设一凸四边形ABCD，它的内角中仅有ÐD是钝角，用一些直线段将该凸四边形分割成n个钝角三角形，但除去A、B、C、D外，在该四边形的周界上，不含分割出的钝角三角形顶点．试证n应满足的充分必要条件是n≥4．

n=2时，连1条对角线把四边形分成了2个三角形，但其中最多只能有1个钝角三角形．

n=3时，无法从同一顶点出发连线段把四边形分成3个三角形，现连了1条对角线AC后，再连B与AC上某点得到线段，此时无法使得到的两个三角形都是钝角三角形．

∴当n=2，3时无法得到满足题目要求的解．只有当n≥4时才有解．

二、（35分）

设A是一个有n个元素的集合，A的m个子集A1,A2,L,Am两两互不包含．

试证：(1)

≤1；

(2)

C≥m2．其中|Ai|表示Ai所含元素的个数，C表示n个不同元素取|Ai|个的组合数．

三、（35分）

水平直线m通过圆O的中心，直线l^m，l与m相交于M，点M在圆心的右侧，直线l上不同的三点A,B,C在圆外，且位于直线m上方，A点离M点最远，C点离M点最近，AP,BQ,CR为圆

O的三条切线，P,Q,R为切点．试证：(1)l与圆O相切时，AB´CR+BC´AP=AC´BQ；(2)l与圆O相交时，AB´CR+BC´AP＜AC´BQ；(3)l与圆O相离时，AB´CR+BC´AP＞AC´BQ.【解析】证明：设MA=a，MB=b，MC=c，OM=d，⊙O的半径=r．

且设k=d2－r2．则当k>0时，点M在⊙O外，此时，直线l与⊙O相离；

当k=0时，点M在⊙O上，此时，直线l与⊙O相切；

当k<0时，点M在⊙O内，此时，直线l与⊙O相交．

∴

AP==，同理，BQ=，CR=．

则AB´CR+BC´AP－AC´BQ=

AB´CR+BC´AP－(AB+BC)´BQ=BC×(AP－BQ)－AB×(BQ－CR)

=BC×－AB×

本文档由站牛网zhann.net收集整理，更多优质范文文档请移步zhann.net站内查找