# 04全国高中数学联赛试题及参考答案

来源：网络 作者：悠然自得 更新时间：2024-08-02

*2024年全国高中数学联赛试题【第一试】一、选择题（本题满分36分，每小题6分）1、设锐角q使关于x的方程有重根，则q的弧度数为A．B。C。D。答：[]2、已知M=，N=，若对于所有的，均有则的取值范围是A．[]B。（）C。（）D。[]答：...*

2024年全国高中数学联赛试题

【第一试】

一、选择题（本题满分36分，每小题6分）

1、设锐角q使关于x的方程有重根，则q的弧度数为

A．

B。

C。

D。

答：[

]

2、已知M=，N=，若对于所有的，均有则的取值范围是

A．[]

B。（）C。（）

D。[]

答：[

]

3、不等式>0的解集是

A．[2，3]

B。（2，3）

C。[2，4]

D。（2，4）

答：[

]

4、设O点在△ABC内部，且有，则△ABC的面积与△AOC的面积之比为

A．2

B。

C。3

D。

答：[

]

5、设三位数，若以为三条边的长可以构成一个

等腰（含等边）三角形，则这样的三位数有

A．45个

B。81个

C。165个

D。216个

答：[

]

6、顶点为P的圆锥的轴截面是等腰直角三角形，A是底面圆周上的点，B是底面圆内的点，O为底面圆的圆心，AB⊥OB，垂足为B，OH⊥PB，垂足为H，且PA=4，C是PA的中点，则当三棱锥O—HPC的体积最大时，OB的长是

A．

B。

C。

D。

答：[

]

二、填空题（本题满分54分，每小题9分）

7、在平面直角坐标系中，函数在一个最小正周期长的区间上的图像与函数的图像所围成的封闭图形的面积是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

8、设函数满足，且对任意的，都有=，则。

9、如图，正方体中，二面角的度数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

10、设是给定的奇质数，正整数使得也

是一个正整数，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

11、已知数列满足关系式

且，则的值是\_\_\_\_\_\_。

12、在平面直角坐标系中，给定两点M（-1，2）和N（1，4），点P在X轴上移动，当∠MPN取最大值时，点P的横坐标是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

三、解答题（本题满分60分，每小题20分）

13、一项“过关游戏”规则规定：在第关要抛掷一颗骰子次，如果这次抛掷所出现的点数之和大于，则算过关。问：

（Ⅰ）某人在这项游戏中最多能过几关？

（Ⅱ）他连过前三关的概率是多少？

（注：骰子是一个在各面上分别有1，2，3，4，5，6点数的均匀正方体。抛掷骰子落地静止后，向上一面的点数为出现点数。）

14、在平面直角坐标系中，给定三点A（0，），B（-1，0），C（1，0）。点P到直线BC的距离是该点到直线AB、AC距离的等比中顶。

（Ⅰ）求点P的轨迹方程；

（Ⅱ）若直线L经过△ABC的内心（设为D），且与P点的轨迹恰好有3个公共点，求L的斜率的取值范围。

15、已知、是方程（）的两个不等实根，函数的定义域为[，]。

（Ⅰ）求

（Ⅱ）证明：对于，若，则。

【第二试】

一、（本题满分50分）

在锐角△ABC中，AB上的高CE与AC上的高BD相

交于点H，以DE为直径的圆分别交AB、AC于F、G两点，FG与AH相交于点K，已知BC=25，BD=20，BE=7，求

AK的长。

二、（本题满分50分）

在平面直角坐标系中，轴正半轴上的点列与曲线（≥0）上的点列满足，直线在X轴上的截距为，点的横坐标为。

（Ⅰ）证明>>4。

（Ⅱ）证明有，使得对都有b，必须满足。此时，不能构成三角形的数码是

a

b

4，3

2，1

4，3

2，1

3，2

3，2

1，2

1，2

共20种情况。

同时，每个数码组（a，b）中的二个数码填上三个数位，有种情况。

故。

综上。

6、解：

。C是PA中点，最大，也即最大。

此时，故选D。

二、填空题（本题满分54分，每小题9分）

7、解：，它的最小正周期为，振幅为。由的图像与的图像围成的封闭图形的对称性，可将这图形割补成长为、宽为的长方形，故它的面积是。

8、解：

=

即。

9、解：连结，垂足为E，延长CE交于F，则，连结AE，由对称性知是二面角的平面角。

连结AC，设AB=1，则

中，在的补角。

10、解：设，从而是平方数，设为

。（负值舍去）

11、解：设

即

故数列是公比为2的等比数列。

12、解：经过M、N两点的圆的圆心在线段MN的垂直平分线y=3－x上，设圆心为

S（a，3－a），则圆S的方程为：

对于定长的弦在优弧上所对的圆周角会随着圆的半径减小而角度增大，所以，当取最大值时，经过M，N，P三点的圆S必与X轴相切于点P，即圆S的方程中的a值必须满足解得

a=1或a=－7。

即对应的切点分别为，而过点M，N，的圆的半径大于过点M，N，P的圆的半径，所以，故点P（1，0）为所求，所以点P的横坐标为1。

三、解答题（本题满分60分，每小题20分）

13、解：由于骰子是均匀的正方体，所以抛掷后各点数出现的可能性是相等的。

（Ⅰ）因骰子出现的点数最大为6，而，因此，当时，n次出现的点数之和大于已不可能。即这是一个不可能事件，过关的概率为0。所以最多只能连过4关。

.......5分

（Ⅱ）设事件为“第n关过关失败”，则对立事件为“第n关过关成功”。

第n关游戏中，基本事件总数为个。

第1关：事件所含基本事件数为2（即出现点数为1和2这两种情况），过此关的概率为：。

第2关：事件所含基本事件数为方程当a分别取2，3，4时的正整数解组数之和。即有（个）。

过此关的概率为：。

........10分

第3关：事件所含基本事件为方程当a分别取3，4，5，6，7，8时的正整数解组数之和。即有（个）。

过此关的概率为：。

.........15分

故连过前三关的概率为：。

........20分

（说明：第2，3关的基本事件数也可以列举出来）

14、解：（Ⅰ）直线AB、AC、BC的方程依次为。点到AB、AC、BC的距离依次为。依设，即，化简得点P的轨迹方程为

圆S：

......5分

（Ⅱ）由前知，点P的轨迹包含两部分

圆S：

①

与双曲线T：

②

因为B（－1，0）和C（1，0）是适合题设条件的点，所以点B和点C在点P的轨迹上，且点P的轨迹曲线S与T的公共点只有B、C两点。的内心D也是适合题设条件的点，由，解得，且知它在圆S上。直线L经过D，且与点P的轨迹有3个公共点，所以，L的斜率存在，设L的方程为

③

（i）当k=0时，L与圆S相切，有唯一的公共点D；此时，直线平行于x轴，表明L与双曲线有不同于D的两个公共点，所以L恰好与点P的轨迹有3个公共点。......10分

（ii）当时，L与圆S有两个不同的交点。这时，L与点P的轨迹恰有3个公共点只能有两种情况：

情况1：直线L经过点B或点C，此时L的斜率，直线L的方程为。代入方程②得，解得。表明直线BD与曲线T有2个交点B、E；直线CD与曲线T有2个交点C、F。

故当时，L恰好与点P的轨迹有3个公共点。

......15分

情况2：直线L不经过点B和C（即），因为L与S有两个不同的交点，所以L与双曲线T有且只有一个公共点。即方程组有且只有一组实数解，消去y并化简得

该方程有唯一实数解的充要条件是

④

或

⑤

解方程④得，解方程⑤得。

综合得直线L的斜率k的取值范围是有限集。

......20分

15、解：（Ⅰ）设

则

又

故在区间上是增函数。

.......5分

......10分

（Ⅱ）证：

....15分，而均值不等式与柯西不等式中，等号不能同时成立，......20分

本文档由站牛网zhann.net收集整理，更多优质范文文档请移步zhann.net站内查找