# 相似三角形与圆的综合题

来源：网络 作者：莲雾凝露 更新时间：2024-08-10

*相似三角形与圆的综合考题1、已知：如图，AB是⊙O的直径，E是AB延长线上一点，过E作⊙O的切线ED，切点为C，AD⊥ED交ED于点D，交⊙O于点F，CG⊥AB交AB于点G．求证：BG•AG=DF•DA．2、已知：如图，AB为⊙O的直径，A...*

相似三角形与圆的综合考题

1、已知：如图，AB是⊙O的直径，E是AB延长线上一点，过E作⊙O的切线ED，切点为C，AD⊥ED交ED于点D，交⊙O于点F，CG⊥AB交AB于点G．

求证：BG•AG=DF•DA．

2、已知：如图，AB为⊙O的直径，AB⊥AC，BC交⊙O于D，E是AC的中点，ED与AB的延长线相交于点F．

(1)求证：DE为⊙O的切线．

(2)求证：AB：AC=BF：DF．

3、(南通)已知：如图，AB是⊙O的直径，AB=AC，BC交⊙O于点D，DE⊥AC，E为垂足．

(1)求证：∠ADE=∠B；

(2)过点O作OF∥AD，与ED的延长线相交于点F，求证：FD•DA=FO•DE．

4、如图，AB为⊙O的直径，BF切⊙O于点B，AF交⊙O于点D，点C在DF上，BC交⊙O于点E，且∠BAF=2∠CBF，CG⊥BF于点G，连接AE．

(1)直接写出AE与BC的位置关系；

(2)求证：△BCG∽△ACE；

(3)若∠F=60°，GF=1，求⊙O的半径长．

5、如图，AB、AC分别是⊙O的直径和弦，点D为劣弧AC上一点，弦DE⊥AB分别交⊙O于E，交AB于H，交AC于F．P是ED延长线上一点且PC=PF．

(1)求证：PC是⊙O的切线；

(2)点D在劣弧AC什么位置时，才能使AD2=DE•DF，为什么？

(3)在(2)的条件下，若OH=1，AH=2，求弦AC的长．

6、如图，AB、AC分别是⊙O的直径和弦，点D为劣弧AC上一点，弦DE⊥AB分别交⊙O于E，交AB于H，交AC于F．P是ED延长线上一点且PC=PF．

(1)求证：PC是⊙O的切线；

(2)点D在劣弧AC什么位置时，才能使AD2=DE•DF，为什么？

(3)在(2)的条件下，若OH=1，AH=2，求弦AC的长．

7、如是⊙O的直径，CB、CD分别切⊙O于B、D两点，点E在CD的延长线上，且CE=AE+BC；

(1)求证：AE是⊙O的切线；

(2)过点D作DF⊥AB于点F，连接BE交DF于点M，求证：DM=MF．

8、已知：如图，AB是⊙O的直径，D是⊙O上一点，连结BD并延长，使CD=BD，连结AC。过点D作DE⊥

AC，垂足是点E．过点B作BE⊥AB，交ED延长线于点F，连结OF。

求证：(1)EF是⊙O的切线；

(2)△OBF∽△DEC。

9、如图，已知AB是⊙O的直径，C是⊙O上一点，OD⊥BC于点D，过点C作⊙O

切线，交OD的延长线于点E，连结BE．

(1)求证：BE与⊙O相切；

(2)连结AD并延长交BE于点F，若OB＝6，且sin∠ABC＝，求BF的长．

10、如图，AB是⊙O的直径，AC是弦，∠BAC的平分线AD交⊙O于点D，DE⊥AC交AC的延长线于点E，OE交AD于点 F。

(1)求证：DE是⊙O的切线；

(2)若，求的值；

(3)在(2)的条件下，若⊙O直径为10，求△EFD的面积．

11、已知：如图，在Rt△ABC中，∠A=90°，以AB为直径作⊙O，BC交⊙O于点D，E是边AC的中点，ED、AB的延长线相交于点F．

求证：

(1)DE为⊙O的切线．

(2)AB•DF=AC•BF．

12、如图，以△ABC的边AB为直径的⊙O与边BC交于点D，过点D作DE⊥AC，垂足为E，延长AB、ED交于点F，AD平分∠BAC．

(1)求证：EF是⊙O的切线；

(2)若AE=3，AB=4，求图中阴影部分的面积．

13、知AB是⊙O的直径，直线l与⊙O相切于点C且，弦CD交AB于E，BF⊥l，垂足为F，BF交⊙O于G。

(1)求证：CE2=FG·FB；

(2)若tan∠CBF=，AE=3，求⊙O的直径。

14.如图，圆内接四边形ABCD的对角线AC平分∠BCD，BD交AC于点F，过点A作圆的切线AE交CB的延长线于E.求证：①AE∥BD；

②AD

=

DF·AE15、已知：□ABCD，过点D作直线交AC于E，交BC于F，交AB的延长线于G，经过B、G、F三点作⊙O，过E作⊙O的切线ET，T为切点.求证：ET

=

ED16、如图，△ABC中，AB

=

AC，O是BC上一点，以O为圆心，OB长为半径的圆与AC相切于点A，过点C作CD⊥BA，垂足为D.求证：（1）

∠DAC

=

2∠B；

（2）

CA

=

CD·CO

相似三角形与圆的综合考题（教师版）

1、已知：如图，AB是⊙O的直径，E是AB延长线上一点，过E作⊙O的切线ED，切点为C，AD⊥ED交ED于点D，交⊙O于点F，CG⊥AB交AB于点G．

求证：BG•AG=DF•DA．

证明：连接BC，FC，CO，∵过E作⊙O的切线ED，∴∠DCF=∠CAD，∠D=∠D，∴△CDF∽△ADC，∴=，∴CD2=AD×DF，∵CG⊥AB，AB为直径，∴∠BCA=∠AGC=∠BGC=90°，∴∠GBC+∠BCG=90°，∠BCG+∠GCA=90°，∴∠GBC=∠ACG，∴△BGC∽△CGA，∴=，∴CG2=BG×AG，∵过E作⊙O的切线ED，∴OC⊥DE，∵AD⊥DE，∴CO∥AD，∴∠OCA=∠CAD，∵AO=CO，∴∠OAC=∠OCA，∴∠OAC=∠CAD，在△AGC和△ADC中，∴△AGC≌△ADC（AAS），∴CG=CD，∴BG×AG=AD×DF．

2、已知：如图，AB为⊙O的直径，AB⊥AC，BC交⊙O于D，E是AC的中点，ED与AB的延长线相交于点F．

(1)求证：DE为⊙O的切线．

(2)求证：AB：AC=BF：DF．

3、(南通)已知：如图，AB是⊙O的直径，AB=AC，BC交⊙O于点D，DE⊥AC，E为垂足．

(1)求证：∠ADE=∠B；

(2)过点O作OF∥AD，与ED的延长线相交于点F，求证：FD•DA=FO•DE．

解：（1）方法一：

证明：连接OD，∵OA=OD，∴∠OAD=∠ODA．

∵AB是⊙O的直径，∴∠ADB=90°，即AD⊥BC．

又∵AB=AC，∴AD平分∠BAC，即∠OAD=∠CAD．

∴∠ODA=∠DAE=∠OAD．

∵∠ADE+∠DAE=90°，∴∠ADE+∠ODA=90°，即∠ODE=90°，OD⊥DE．

∵OD是⊙O的半径，∴EF是⊙O的切线．

∴∠ADE=∠B．

方法二：

∵AB是⊙O的直径，∴∠ADB=90°，又DE⊥AC，∴∠DEA=90°，∴∠ADB=∠DEA，∵△ABC中，AB=AC，AD⊥BC，∴AD平分∠BAC，即∠DAE=∠BAD．

∴△DAE∽△BAD．

∴∠ADE=∠B．

（2）证明：∵OF∥AD，∴∠F=∠ADE．

又∵∠DEA=∠FDO（已证），∴△FDO∽△DEA．

∴FD：DE=FO：DA，即FD•DA=FO•DE．

点评：本题主要考查了切线的判定、弦切角定理、圆周角定理、相似三角形的判定和性质；（2）题乘积的形式通常可以转化为比例的形式，通过相似三角形的性质得以证明．

4、如图，AB为⊙O的直径，BF切⊙O于点B，AF交⊙O于点D，点C在DF上，BC交⊙O于点E，且∠BAF=2∠CBF，CG⊥BF于点G，连接AE．

(1)直接写出AE与BC的位置关系；

(2)求证：△BCG∽△ACE；

(3)若∠F=60°，GF=1，求⊙O的半径长．

解：（1）如图1，∵AB是⊙O的直径，∴∠AEB=90°．

∴AE⊥BC．

（2）如图1，∵BF与⊙O相切，∴∠ABF=90°．

∴∠CBF=90°-∠ABE=∠BAE．

∵∠BAF=2∠CBF．

∴∠BAF=2∠BAE．

∴∠BAE=∠CAE．

∴∠CBF=∠CAE．

∵CG⊥BF，AE⊥BC，∴∠CGB=∠AEC=90°．

∵∠CBF=∠CAE，∠CGB=∠AEC，∴△BCG∽△ACE．

（3）连接BD，如图2所示．

∵∠DAE=∠DBE，∠DAE=∠CBF，∴∠DBE=∠CBF．

∵AB是⊙O的直径，∴∠ADB=90°．

∴BD⊥AF．

∵∠DBC=∠CBF，BD⊥AF，CG⊥BF，∴CD=CG．

∵∠F=60°，GF=1，∠CGF=90°，∴tan∠F==CG=tan60°=

∵CG=，∴CD=．

∵∠AFB=60°，∠ABF=90°，∴∠BAF=30°．

∵∠ADB=90°，∠BAF=30°，∴AB=2BD．

∵∠BAE=∠CAE，∠AEB=∠AEC，∴∠ABE=∠ACE．

∴AB=AC．

设⊙O的半径为r，则AC=AB=2r，BD=r．

∵∠ADB=90°，∴AD=r．

∴DC=AC-AD=2r-r=（2-）r=．

∴r=2+3．

∴⊙O的半径长为2+3．

解析：

（1）由AB为⊙O的直径即可得到AE与BC垂直．

（2）易证∠CBF=∠BAE，再结合条件∠BAF=2∠CBF就可证到∠CBF=∠CAE，易证∠CGB=∠AEC，从而证到△BCG∽△ACE．

（3）由∠F=60°，GF=1可求出CG=；连接BD，容易证到∠DBC=∠CBF，根据角平分线的性质可得DC=CG=；设圆O的半径为r，易证AC=AB，∠BAD=30°，从而得到AC=2r，AD=r，由DC=AC-AD=可求出⊙O的半径长．

5、如图，AB、AC分别是⊙O的直径和弦，点D为劣弧AC上一点，弦DE⊥AB分别交⊙O于E，交AB于H，交AC于F．P是ED延长线上一点且PC=PF．

(1)求证：PC是⊙O的切线；

(2)点D在劣弧AC什么位置时，才能使AD2=DE•DF，为什么？

(3)在(2)的条件下，若OH=1，AH=2，求弦AC的长．

分析：（1）连接OC，证明∠OCP=90°即可．

（2）乘积的形式通常可以转化为比例的形式，通过证明三角形相似得出．

（3）可以先根据勾股定理求出DH，再通过证明△OGA≌△OHD，得出AC=2AG=2DH，求出弦AC的长．

解答：（1）证明：连接OC．

∵PC=PF，OA=OC，∴∠PCA=∠PFC，∠OCA=∠OAC，∵∠PFC=∠AFH，DE⊥AB，∴∠AHF=90°，∴∠PCO=∠PCA+∠ACO=∠AFH+∠FAH=90°，∴PC是⊙O的切线．

（2）解：点D在劣弧AC中点位置时，才能使AD2=DE•DF，理由如下：

连接AE．

∵点D在劣弧AC中点位置，∴∠DAF=∠DEA，∵∠ADE=∠ADE，∴△DAF∽△DEA，∴AD：ED=FD：AD，∴AD2=DE•DF．

（3）解：连接OD交AC于G．

∵OH=1，AH=2，∴OA=3，即可得OD=3，∴DH===2．

∵点D在劣弧AC中点位置，∴AC⊥DO，∴∠OGA=∠OHD=90°，在△OGA和△OHD中，∴△OGA≌△OHD（AAS），∴AG=DH，∴AC=4．

点评：本题考查了切线的判定．要证某线是圆的切线，已知此线过圆上某点，连接圆心与这点（即为半径），再证垂直即可．同时考查了相似三角形的性质及全等三角形的性质．

6、如图，AB、AC分别是⊙O的直径和弦，点D为劣弧AC上一点，弦DE⊥AB分别交⊙O于E，交AB于H，交AC于F．P是ED延长线上一点且PC=PF．

(1)求证：PC是⊙O的切线；

(2)点D在劣弧AC什么位置时，才能使AD2=DE•DF，为什么？

(3)在(2)的条件下，若OH=1，AH=2，求弦AC的长．

（1）证明：连接OC．

∵PC=PF，OA=OC，∴∠PCA=∠PFC，∠OCA=∠OAC，∵∠PFC=∠AFH，DE⊥AB，∴∠AHF=90°，∴∠PCO=∠PCA+∠ACO=∠AFH+∠FAH=90°，∴PC是⊙O的切线．

（2）解：点D在劣弧AC中点位置时，才能使AD2=DE•DF，理由如下：

连接AE．

∵点D在劣弧AC中点位置，∴∠DAF=∠DEA，∵∠ADE=∠ADE，∴△DAF∽△DEA，∴AD：ED=FD：AD，∴AD2=DE•DF．

（3）解：连接OD交AC于G．

∵OH=1，AH=2，∴OA=3，即可得OD=3，∴DH===2．

∵点D在劣弧AC中点位置，∴AC⊥DO，∴∠OGA=∠OHD=90°，在△OGA和△OHD中，∴△OGA≌△OHD（AAS），∴AG=DH，∴AC=4．

解析：

（1）连接OC，证明∠OCP=90°即可．

（2）乘积的形式通常可以转化为比例的形式，通过证明三角形相似得出．

（3）可以先根据勾股定理求出DH，再通过证明△OGA≌△OHD，得出AC=2AG=2DH，求出弦AC的长。

7、如图，AB是⊙O的直径，CB、CD分别切⊙O于B、D两点，点E在CD的延长线上，且CE=AE+BC；

(1)求证：AE是⊙O的切线；

(2)过点D作DF⊥AB于点F，连接BE交DF于点M，求证：DM=MF．

证明：（1）连接OD，OE，∵CB、CD分别切⊙O于B、D两点，∴∠ODE=90°，CD=CE，∵CE=AE+BC，CE=CD+DE，∴AE=DE，∵OD=OA，OE=OE，∴△ODE≌△OAE（SSS），∴∠OAE=∠ODE=90°，∴OA⊥AE，∴AE是⊙O的切线；

（2）∵DF⊥AB，AE⊥AB，BC⊥AB，∴AE∥DF∥BC，∴△BMF∽△BEA，∴，∴，∴

∵△EDM∽△ECB，∴，∴，∴DM=MF．

解析：

（1）首先连接OD，OE，由CB、CD分别切⊙O于B、D两点，即可得∠ODE=90°，CD=CE，又由CE=AE+BC，CE=CD+DE，即可证得AE=DE，则可得△ODE≌△OAE，即可证得AE是⊙O的切线；

（2）首先易证得AE∥DF∥BC，然后由平行线分线段成比例定理，求得比例线段，将比例线段变形，即可求得DM=MF．

8、已知：如图，AB是⊙O的直径，D是⊙O上一点，连结BD并延长，使CD=BD，连结AC。过点D作DE⊥

AC，垂足是点E．过点B作BE⊥AB，交ED延长线于点F，连结OF。

求证：(1)EF是⊙O的切线；

(2)△OBF∽△DEC。

证明：（1）连结OD，∵AB是⊙O的直径，∴OA=OB，又∵CD=BD，∴OD∥AC，∵DE⊥AC，∴∠DEC=90°，∠ODE=90°，∵点D是⊙O上一点，∴EF是⊙O的切线。

（2）∵BF⊥AB，AB是⊙O的直径，∴BF是⊙O的切线，∵EF是⊙O的切线，∴∠BFO=∠DFO，FB=FD，∴OF⊥BD，∵∠FDB=∠CDE，∴∠OFD=∠C，∴∠C=∠OFB，又∵∠CED=∠FBO=90°，∴△OBF∽△DEC。

9、如图，已知AB是⊙O的直径，C是⊙O上一点，OD⊥BC于点D，过点C作⊙O

切线，交OD的延长线于点E，连结BE．

(1)求证：BE与⊙O相切；

(2)连结AD并延长交BE于点F，若OB＝6，且sin∠ABC＝，求BF的长．

解：（1）连结CO，∵OD⊥BC，∴∠1＝∠2，再由CO＝OB，OE公共，∴△OCE≌△OBE（SAS）

∴∠OCE＝∠OBE，又CE是切线，∠OCE＝90°，∴∠OBE＝90°∴BE与⊙O相切

（2）备用图中，作DH⊥OB于H，H为垂足，∵在Rt△ODB中，OB＝6，且sin∠ABC＝，∴OD＝4，同理Rt△ODH∽Rt△ODB，∴DH＝，OH＝

又∵Rt△ABF∽Rt△AHD，∴FB︰DH＝AB︰AH，∴FB＝

考点：切线定义，全等三角形判定，相似三角形性质及判定。

点评：熟知以上定义性质，根据已知可求之，本题有一定的难度，需要做辅助线。但解法不唯一，属于中档题。

10、如图，AB是⊙O的直径，AC是弦，∠BAC的平分线AD交⊙O于点D，DE⊥AC交AC的延长线于点E，OE交AD于点 F。

(1)求证：DE是⊙O的切线；

(2)若，求的值；

(3)在(2)的条件下，若⊙O直径为10，求△EFD的面积．

试题分析：

（1）连接OD，根据角平分线定义和等腰三角形的性质可得∠CAD=∠ODA，推出OD∥AC，根据平行线性质和切线的判定推出即可；

（2）先由（1）得OD∥AE，再结合平行线分线段成比例定理即可得到答案；

（3）根据三角形的面积公式结合圆的基本性质求解即可.（1）连接OD

因为OA

=“

OD“

所以∠OAD

=

∠ODA

又已知∠OAD

=

∠DAE

可得∠ODA

=

∠DAE，所以OD‖AC，又已知DE⊥AC

可得DE⊥OD

所以DE是⊙O的切线；

（2）由（1）得OD∥AE，（3）

考点：圆的综合题

点评：此类问题是初中数学的重点和难点，在中考中极为常见，一般以压轴题形式出现，难度较大.11、已知：如图，在Rt△ABC中，∠A=90°，以AB为直径作⊙O，BC交⊙O于点D，E是边AC的中点，ED、AB的延长线相交于点F．

求证：

(1)DE为⊙O的切线．

(2)AB•DF=AC•BF．

证明：（1）如图，连接OD、AD．

∵OD=OA，∴∠2=∠3，∵AB是⊙O的直径，∴∠BDA=90°，∴∠CDA=90°．

又

∵E是边AC的中点，∴DE=AE=AC，∴∠1=∠4，∴∠4+∠3=∠1+∠2=90°，即°．

又∵AB是⊙O的直径，∴DE为⊙O的切线；

（2）如图，∵AB⊥AC，AD⊥BC，∴∠3=∠C（同角的余角相等）．

又∵∠ADB=∠CDA=90°，∴△ABD∽△CAD，∴

易证△FAD∽△FDB，∴，∴，∴AB•DF=AC•BF．

解析：

（1）连接OD、AD，求出CDA=∠BDA=90°，点E为AC中点，求出∠1=∠4，∠2=∠3，推出∠4+∠3=∠1+∠2=90°，根据切线的判定即可；

（2）证△ABD∽△CAD，推出，再证△FAD∽△FDB，推出，得，即可得出AB•DF=AC•BF．

12、如图，以△ABC的边AB为直径的⊙O与边BC交于点D，过点D作DE⊥AC，垂足为E，延长AB、ED交于点F，AD平分∠BAC．

(1)求证：EF是⊙O的切线；

(2)若AE=3，AB=4，求图中阴影部分的面积．

解：（1）连接OD．

∵OA=OD，∴∠OAD=∠ODA，∵AD平分∠BAC，∴∠OAD=∠CAD，∴∠ODA=∠CAD，∴OD∥AC，∵DE⊥AC，∴∠DEA=90°，∴∠ODF=∠DEA=90°，∵OD是半径，∴EF是⊙O的切线．

（2）∵AB为⊙O的直径，DE⊥AC，∴∠BDA=∠DEA=90°，∵∠BAD=∠CAD，∴△BAD∽△DAE，∴，即，∴AD=2，∴cos∠BAD=，∴∠BAD=30°，∠BOD=2∠BAD=60°，∴BD=AB=2，∴S△BOD=S△ABD=××2×2=，∴S阴影=S扇形BOD-S△BOD=

解析：

（1）根据等腰三角形性质和角平分线性质得出∠OAD=∠ODA=∠DAE，推出OD∥AC，推出OD⊥EF，根据切线的判定推出即可；

（2）证△BAD∽△DAE，求出AD长，根据锐角三角函数的定义求出∠BAD=30°，求出∠BOD=60°和求出BD=2=OB=OD，求出扇形BOD和△BOD的面积，相减即可．

13、知AB是⊙O的直径，直线l与⊙O相切于点C且，弦CD交AB于E，BF⊥l，垂足为F，BF交⊙O于G。

(1)求证：CE2=FG·FB；

(2)若tan∠CBF=，AE=3，求⊙O的直径。

解：（1）证明：连结AC，∵AB为直径，∠ACB=90°，∵，且AB是直径，∴AB⊥CD即CE是Rt△ABC的高，∴∠A=∠ECB，∠ACE=∠EBC，∵CE是⊙O的切线，∴∠FCB=∠A，CF2=FG·FB，∴∠FCB=∠ECB，∵∠BFC=∠CEB=90°，CB=CB，∴△BCF≌△BCE，∴CE=CF，∠FBC=∠CBE，∴CE2=FG·FB；

（2）∵∠CBF=∠CBE，∠CBE=∠ACE，∴∠ACE=∠CBF，∴tan∠CBF=tan∠ACE==，∵AE=3，∴CE=6，在Rt△ABC中，CE是高，∴CE2=AE·EB，即62=3EB，∴EB=12，∴⊙O的直径为：12+3=15。

14.如图，圆内接四边形ABCD的对角线AC平分∠BCD，BD交AC于点F，过点A作圆的切线AE交CB的延长线于E.求证：①AE∥BD；

②AD

=

DF·AE

证明：①∵AE为圆的切线，∴∠EAB=∠ACE（弦切角等于夹弧所对的圆周角），∵CA为∠BCD的平分线，∴∠ACE=∠ACD，∵∠ABD=∠ACD，∴∠EAB=∠ABD，∴AE∥BD；

②∵AE∥BD，∴∠AEC=∠DBC，∵∠DBC=∠DAC，∴∠AEC=∠DAC，∵∠EAB=∠ADB（弦切角等于夹弧所对的圆周角），∴△ABE∽△DFA，∴

∵∠ACE=∠ACD，∴

∴AD=AB，则AD•AB=AD2=AE•DF．

15、已知：□ABCD，过点D作直线交AC于E，交BC于F，交AB的延长线于G，经过B、G、F三点作⊙O，过E作⊙O的切线ET，T为切点.求证：ET

=

ED

证明：因为四边形ABCD是平行四边形

∴AD∥BC

∴∠EAD=∠ECF

∠EDA=∠EFC

∴△AED∽△CEF(AA)

∴

∵AB平行DC

∴∠EAG=∠ECD

∠G=∠EDC

∴△AEG∽△CED（AA)

∴

∴

∵ET与⊙O相切于点T

∴

∴

∴

16、如图，△ABC中，AB

=

AC，O是BC上一点，以O为圆心，OB长为半径的圆与AC相切于点A，过点C作CD⊥BA，垂足为D.求证：

（1）

∠DAC

=

2∠B；

（2）

CA

=

CD·CO

证明：（1）如图,由已知△ABC中,AB=AC

得 △ABC为等腰三角形,∠B=∠ACB

外角∠1=∠B+∠ACB=2∠B

又由已知O是BC上一点,以O为圆心,OB长为半径的圆与AC相切于点A

得△OAB为等腰三角形,∠B=∠OAB,OA⊥AC

外角∠2=∠B+∠OAB=2∠B

∠OAC=90°即∠1=∠2，△OAC为直角三角形

由已知过C作CD⊥BA的延长线于D，得∠ADC=90°，△ADC为直角三角形

在直角三角形△OAC和△ADC中

∠1=∠2,∠OAC=∠ADC=90°

∴△OAC∽△ADC

则CA/CO=CD/CA，即∴CA²=CD·CO

本文档由站牛网zhann.net收集整理，更多优质范文文档请移步zhann.net站内查找