# 向量在解析几何中的应用

来源：网络 作者：九曲桥畔 更新时间：2024-08-01

*向量在解析几何中的应用第一章引言1.1研究背景向量（或矢量）,最初被应用于物理学．很多物理量如力、速度、位移以及电场强度、磁感应强度等都是向量.大约公元前350年前,古希腊著名学者亚里士多德就知道了力可以表示成向量,两个力的组合作用可用著名...*

向量在解析几何中的应用

第一章

引言

1.1

研究背景

向量（或矢量）,最初被应用于物理学．很多物理量如力、速度、位移以及电场强度、磁感应强度等都是向量.大约公元前350年前,古希腊著名学者亚里士多德就知道了力可以表示成向量,两个力的组合作用可用著名的平行四边形法则来得到.“向量”一词来自力学、解析几何中的有向线段．最先使用有向线段表示向量的是英国大科学家牛顿.向量在解析几何整个知识体系中占有非常重要的地位,向量是数学中的一个重要概念.它可以使图形量化,使图形间关系代数化.向量是研究图形问题的有力工具.向量是一个具有几何和代数双重身份的概念,同时向量代数所依附的线性代数是高等数学中一个完整的体系,具有良好的分析方法和完整结构,通过向量的运用对传统问题的分析,可以帮助学生更好地建立代数与几何的联系,也为中学数学向高等数学过渡奠定了一个直观的基础．这方面的案例包括平面几何、立体几何和解析几何．

1.2

本课题的研究内容

本课题主要是对向量法在有关平面问题中的应用的进一步探讨.具体从以下几个方面进行探讨：

1、向量在建立平面方程中的应用.2、向量在讨论平面与平面、平面与直线的位置关系中的应用.3、向量在推导点到平面的距离公式中的应用.4、向量在推导两平面的夹角公式中的应用.5、向量在平面其它方面的应用.第二章

向量法在有关平面问题中的应用

2.1

向量的基础知识

1.向量分解定理

定理1

如果向量,那么向量与向量共线的充分条件是可以用向量线性表示,或者说是的线性组合,即,并且系数被,唯一确定.定理2

如果向量,不共线,那么向量与向量,共面的充要条件是可以用向量,线性表示,或者说可以分解成,的线性组合,即,并且系数，被，唯一确定.这时,叫做平面上向量的基底.2.向量平行、垂直的条件及夹角公式

设空间中两个非零向量为和

则(1)

(2)

∥

(3)即

3.向量乘法运算的有关内容:

设则

(1)数量积：1)

2)

3)

4)

即

(2)向量积：1)

2)若不平行,则

图1

3)若∥即

(3)混合积：1)

2)若不共面,则

2.2向量在建立平面方程中的应用

2.2.1

平面的点法式方程

如果一非零向量垂直于一平面,这向量就叫做该平面的法向量.法向量的特征：垂直于平面的任一非零向量.已知平面上一点和该平面的法向量.设平面上的任一点

则有

=

图2

平面的点法式方程为

由点法式得到平面的一般是方程其中例1:

一平面过点和且垂直于平面,求此平面的方程.解:

平面的法向量

设所求平面的法向量

∵在所求平面上

∴

从而有

∵,图3

∴即

(1)

又∵所求平面垂直于平面,从而有

即

即

(2)

由(1)(2)解得：∴

∴所求平面的方程为即

另解：∵且

∴该平面的法向量为

图4

∴所求平面的方程为

即

从以上两例可以看出,在用向量建立平面方程时,首先要确定平面的法向量,熟记平面的几种特殊位置的方程,且需注意两平面的位置特征.2.2.2平面的参数式方程

图5

在空间,取仿射坐标系,并设点的向径,平面π上的任意一点的向径为(图4),显然点在平面π上的充要条件为向量与共面,因为不共线,所以这个共面的条件可以写成,又因为,所以有

其中为参数.即

则此方程叫做平面π的向量式参数方程,如果设点的坐标分别为那么

;

令,那么由平面π的向量式参数方程得,则此方程组叫做平面π的坐标式参数方程.2.3讨论平面与平面、平面与直线的位置关系中的应用

2.3.1平面与平面的位置关系

空间两个平面的位相关位置有三种情形,即相交、平行和重合,而且当且仅当两平面有一部分公共点时它们相交,当且仅当两平面无公共点时它们相互平行,当且仅当一个平面上的所有点就是另一个平面的点时,这两平面重合.因此如果设两平面方程为,（1）,（2）

那么两平面与是相交还是平行或是重合,就决定于由方程(1)与(2)构成的方程组是有解还是无解,或是方程(1)与（2）仅相差一个不为零的数因子,因此我们就得到了下面的定理.定理2.3.1.1:

平面（1）与（2）相交的充要条件是,平行的充要条件是,重合的充要条件是

定理2.3.1.2:两平面（1）与（2）相互垂直的充要条件是

;

证：设平面的法向量为,平面的法向量为

而与的位置关系直接影响与的位置关系.下面分几种情况来讨论.(如图2.3.1)

1.∥∥

特例：与重合（1）,（2）两方程同解

∥且

显然,∥,且与不重合2..将上面结果归纳起来可以得到2.3.1.1和2.3.1.2

2.3.2平面与直线的位置关系

空间直与平面的相关位置有直线与平面相交,直线与平面平行和直线在平面上的三种情况.下面给出直线与平面位置成立的条件：

设直线平面的方程分别为,（1）,（2）

则由定理2.3.2.1

直线（1）与平面（2）的相互位置关系有下面的充要条件:

1.相交：；

2.平行：

;；

3.直线在平面上：

;;

由于直线的方向向量为,而在直线坐标系下,平面的法向量为,因此在直角坐标系下,直线与平面的相互位置关系,从几何上看,直线与平面的相交条件

就是不垂直于；

直线与平面平行的条件

;

就是,且直线上的点不在平面上；

直线在平面上的条件

;

就是,且直线上的点在平面上.2.4向量在推导点到平面的距离公式中的应用

空间解析几何在空间点、直线与平面间相关位置的讨论中有一个重要问题是求这些图形间的距离,其中点到平面的距离尤为重要．本节将利用向量探讨点到平面的距离公式的推导．

文献[1,2]利用点与平面间离差的几何意义给出了点与平面：

（1）

之间的距离公式：

（2）

平面的点法式向量方程为,（3）

平面的向量式参数方程

（4）

其中是平面的法向量,、为参数，是平面的方位向量,是平面上定点的径矢,（5）

设

（6）

（7）,（8）

则平面的点法式向量方程（3）和平面的向量式参数方程（4）都可以转化为平面的一般式方程（1）,所以以下推导中,只要得到由向量表示的距离公式,那么将（6—8）代入,就可得距离公式（2）.证：1.与之间的距离是与上定点构成向量在平面的法向量上的射影的绝对值.设平面的点法式方程如（3）式,则

将（5）（6）（8）（9）式代入,即可得距离公式（2）

已知与之间的距离是以平面的方位向量,和为棱的平行六面体中,所在平面上的高

证：1.设平面的方程如（4）式,将,的始点移到点,则，不面.与之间的距离正好是以向量,和为棱的平行六面体中,所在面上的高如图6.平行六面体的体积,底面的面积

图6

所以,将（5）,（7）,（8）,（9）式代入,即可得距离公式（2）

评析：点到直线距离公式的推导有很多方法,本节利用向量法推导出了点到直线的距离公式,这种思路能更好的将向量与几何问题结合起来,展现了向量在解决几何问题中的重要作用.2.5

向量在推导两平面的夹角公式中的应用

现在让我们在直角坐标系下来研究两平面的交角.设两平面与间的二面角用来表示,而两平面的法向量与的夹角记为,那么显然有（图7）

或.因此我们得到

图7

例2:

如图8,在底面是直角梯形的四棱锥中,//，，,.求侧面与面所成的二面角的大小.解：以为原点如图8建立空间直角坐标系,A

z

y

x

D

C

B

S

图8

则，，∴,显然平面的一个法向量为,设平面的一个法向量为,则

∴

则

评析：因为所求的二面角的交线在图中较难作出,所以用传统的方法求二面角比较困难,向量法在这里就体现出它特有的优势.2.6向量在平面其它方面的应用

1．求点关于平面的对称点的坐标.例3.求点关于平面π:的对称点的坐标.解：设点关于平面对称点的坐标是平面π的法向量为.则有∥且点到平面的距离与点到平面的距离相等,即.得

解得,则点的对称点.2.求平面与坐标平面围成的四面体体积.例4.求平面与三个坐标平面所围成的四面体体积.解：如图9,则平面与坐标系的交点与原点构成的向量为，图9

则四面体体积为即四面体体积

评析：向量除了本文所罗列出来的相关问题之外,还有很多的解析几何问题可以利用向量来解决,所以向量在解决平面的相关问题中有着不可忽视的作用,值得我们认真学习和研究.2.7本章小结

总之,向量在整个解析几何中占有非常重要的地位,因此它的应用在解决几何问题时是最基础最普遍的方法,尤其是在几何的证明问题中,使用向量的分解定理和向量的基础知识以及向量的一些定理可以起到事半功倍的效果.除此之外,用向量可以将一些代数问题几何化,这样借助向量的性质可以快速明了的解决一些难题.另外,向量在推导一些几何公式时,使得问题简化了很多.参考文献

[1]吕林根,许子道.解析几何[M]．北京：高等教育出版社,1992．

[2]丘维声.解析几何[M]．北京大学出版社,1988．

[3]郑荣等.向量在几何中的应用举例[J].成都教育学院学报,2024,17

65~66.[4]李健群.谈向量方法在有关直线问题中的应用[J].数学通,2024,6~17.致谢

走的最快的总是时间,来不及感叹,大学生活已近尾声,四年多的努力与付出,随着本次论文的完成,将要划下完美的句.从课题选择到具体的写作过程,无不凝聚着老师的心血和汗水.老师要指导很多同学的论文,加上本来就有的教学任务和科研项目,工作量之大可想而知,她还在百忙之中抽出大量的时间来指导我们.她的循循善诱的教导和不拘一格的思路给予我无尽的启迪,她的渊博的专业知识,精益求精的工作作风,严以律己、宽以待人的崇高风范,将一直是我工作、学习中的榜样.在我的毕业论文写作期间,老师为我提供了种种专业知识上的指导和一些富于创造性的建议,没有这样的帮助和关怀,我不会这么顺利的完成毕业论文.在此向李明老师表示深深的感谢和崇高的敬意.同时,论文的顺利完成,离不开其它各位老师、同学和朋友的关心和帮助.在整个的论文写作中,各位老师、同学和朋友积极的帮助我查资料和提供有利于论文写作的建议和意见,在他们的帮助下,论文得以不断的完善,最终帮助我完整的写完了整个论文.最后,也是最重要的,我要感谢我的父母,因为没有他们,就没有现在站在这里的我,是他们给以我生命,给以我大学的机会,是他们造就了今天的我.对于你们,我充满无限的感激.

本文档由站牛网zhann.net收集整理，更多优质范文文档请移步zhann.net站内查找