# 拓扑学对建筑学的启事

来源：网络 作者：落花人独立 更新时间：2024-08-01

*第一篇：拓扑学对建筑学的启事当代西方建筑理论作业题 目：拓扑学对建筑学的启事学生姓名：关宇涵 学 号：2015111776 专业班级：建筑学 指导教师：刘洋 张军2024年5月4日拓扑学对建筑学的启事摘要在西方当代建筑中，一股以变形为形态...*

**第一篇：拓扑学对建筑学的启事**

当代西方建筑理论作业

题 目：拓扑学对建筑学的启事

学生姓名：关宇涵 学 号：2015111776 专业班级：建筑学 指导教师：刘洋 张军

2024年5月4日

拓扑学对建筑学的启事

摘要

在西方当代建筑中，一股以变形为形态和空间倾向的建筑潮流正在悄然兴起。连续的空间和曲线性的建筑形态开始取代断裂与冲突，成为新的建筑话语。其理论思维和形式源泉来自于当代众多科学理论新成果的兴起与流行。这些科学因素正在逐渐改变人们生活的世界的面貌和人们对世界的认识。

拓扑学是这些科学流行趋势之一。不少西方当代建筑师都注意到这些现象，在建筑设计中反映出拓扑的影响，也有很多建筑理论家阐述拓扑学对建筑产生的影响，以及建筑化的拓扑概念。拓扑学提供给设计者奇特的几何实体为灵感来源和空间结构图示；拓扑学的某些概念，启发了建筑师思考；拓扑学的分析方法是人们重新认识了空间结构。

研究西方当代建筑形式、理解其中的文化含义和背后的科学背景，可以帮助我们重新审视自己的建筑设计，对我们具有借鉴意义。

关键词：拓扑学 建筑学 西方建筑

拓扑学最初作为几何学的分支出现，现在已经伸展进入很多其他数学领域。法国数学家庞加莱将拓扑学形容为“一门允许我们知晓超越三维世界之外的空间中存在的几何形体的性质的科学”。

从中可以看出，拓扑学的重要内容是抽象的概念和逻辑推理。拓扑学可以通过严密的逻辑推理，利用三维空间内存在的图形的性质为基础，类推得到更高纬度空间内存在的形体的特征。

拓扑学的直观定义描述如下：图形的拓扑性质就是图形那些在弹性运动中保持不变的性质；拓扑学就是研究图形拓扑性质的科学。相对于欧氏几何的别称“刚体几何学”，拓扑学又被称为“弹性几何学”。从直观描述中可以看出拓扑的几个基本重点。

作为一门综合学科，建筑设计善于从包括仿生学、心理学、物理学在内的各个学科汲取灵感；而拓扑学的一般思想很容易渗入社会各个领域，当拓扑理论成为流行趋势，建筑设计自然会将拓扑作为要素之一纳入它的思考范围。当拓扑学以直接或间接的方式进入了建筑的各个相关领域，建筑便不可能维持不受影响的状态。在结构工程、力学计算上使用拓扑原理和方法分析计算是其最传统、最合乎规矩的应用了，拓扑方法计算空间网架节点形式的结果直接体现在建筑形式上；心理学使用拓扑方法进行研究的成果影响了对建筑空间理论的探讨；应用拓扑学原理的计算机辅助建筑设计技术使拓扑学通过最直接的工具方式进入了建筑师的视野，而拓扑几何的研究对象也作为建筑造型的参考对象现身与设计之中。作为一种思维方式，拓扑学通过建筑师潜移默化地影响着建筑设计，并且从建筑的方方面面展示着自己。而建筑中对拓扑学的“再认识”重新塑造了这些数学概念，赋予其新的文化意义。拓扑学知识的普及已经使其参与形成了一定社会文化，人们也开始拓扑的眼光审视作为文化一员的建筑。

建筑设计中复杂曲面元素的使用不是新生事物。历史上，巴洛克时期的建筑形式及空间就拥有明显的曲线、复合、动态等等与今天的基于计算机技术的曲线建筑类似的形态特征。

自由的曲面形式存在于不少建筑作品当中，并且正在逐渐成为一种潮流。弗兰克.盖里的古根海姆博物馆就是典型一例。

“建筑设计必须通过几何和度量来对建筑进行虚拟的绘图描述，所以建筑设计受到绘图工具的限制。”历史上，类似的例子不胜枚举：透视方法的发明拓展了建筑设计的手段和建筑师的视野；而如果没有莱布尼茨在积分方面的贡献，都灵教堂穹顶也不可能建造出来。在传统几何绘图手段制约下，对材质和空间的描述被限制在以固定、静止为特征的正交坐标系统之下，而拓扑几何等动态的描述手段则带来了完全不同的设计元素、图形概念和全新的设计空间。在建筑设计实践中，拓扑曲面获得了与原始的数学概念不同的新内容。拓扑曲面在建筑中获得了一种表现的力量，复杂、连续而彼此联系的控制方式将它们和建筑设计中拼接各种异质元素的造型策略联系起来。

从表面上看来，拓扑学似乎成为了建筑造型的灵感来源。借助计算机、动画软件的帮助，拓扑曲面取代简单几何形体成为造型的元素，从而形成了一种建筑的新形式。但是，此处似乎形成了一个悖论。按照基本的概念定义，拓扑学最不重视的就是形态和形式，尤其是欧氏几何所强调的形态区别。而拓扑曲面的概念已经被改造，其抛却了具体形态的原始意义已经面目全非。然而，偏偏是这样“去形式化”的几何概念成为了建筑形态的生成手法和造型来源，实在是一件不可思议的事情。按照拓扑学的规则，古根海姆博物馆的曲面体造型与规规矩矩的立方体无异；然而，恰恰是形式上巨大的差异和奇特使古根海姆博物馆如此著名，欧几里德几何规则下的形式使建筑获得了建筑师想要达到的表现效果。

从直观形态角度理解拓扑曲面和建筑的关系，只能陷入这样的矛盾而得不到结果。拓扑几何的曲面并不像人们一直认为的那样，仅仅是一些图形和形状，而且按照图形方式构建几何问题与根据表现方式构建几何问题，这两者之间也有很大区别。几何学有一套严格的科学理论系统、漫长的发展历史和自己独特的逻辑；今天蓬勃发展的新几何学科也是这样，它们的含义不仅是一套和过去人们习惯了的有所不同的图形而已。包括拓扑学在内的各个新几何学科是一套发展完备的系统理论，它们以更深刻的方式影响着建筑设计。

拓扑几何与正交投影几何学最重要的区别，就是拓扑几何的世界由向量构筑而不是由质点。因此，对于建筑师来说理解直角坐标静止的系统与拓扑空间条件下提供的设计方式的不同至关重要。拓扑曲面依靠连续而相互联系着的向量控制形态的原理，才是其在建筑中导致形式生成的原因所在，拓扑学借助计算机的设计工具改变了建筑师的设计手法和设计观念。建筑师将控制拓扑曲面的各种向量换为设计环境中复杂而彼此联系的“力量因素”，通过计算机动画软件生成复杂环境条件下建筑应对的形体。在这种设计中，拓扑学的角色提供了被误解的自由曲面，其连续的、向量式的形态生成方法却真正改变了建筑设计的根源。

连续变形是拓扑的重要概念，是拓扑图形分析的基础。连续变形的概念为建筑所引用和改造，以求在建筑形式中表达更多元素。从上世纪末开始，拓扑连续变形的概念悄悄在建筑设计中崭露头角。变形的过程产生了新的建筑：灵活可变、曲线的、柔顺的建筑满足流动性、粘质和连通等设计表现的要求。连通与黏合的逻辑取代了解构主义建筑师所追求的矛盾与对立的逻辑。前者能够用流动的方式表现分离的元素，用异质而连续的系统表达差异性，即便是惯常以形式的冲突表现矛盾的解构主义建筑师也开始尝试用这种方式表现复杂的当代世界。考虑到拓扑学的定义，扭曲、柔软这类形容实际上并非一定与拓扑概念相联系；正方形未必比自由的圆线更拓扑。在拓扑学的世界中，二者甚至可能没有区别。拓扑学在这类设计中表现的仅仅是一个拓扑的过程，即变形的过程体现的拓扑学操作方法。拓扑同胚的概念允许图形进行夸张的扭曲而仍旧保持原来的拓扑性质，经过这种变形的形体仍旧多少保持着原来的抽象性质，仍然可以被认知。连续变形的动作和过程导致了形式产生的过程，却与最终产生的具体形态没有直接的、视觉形态上的关联。拓扑学连续变形的动作概念是建筑表达动态、连续的空间观点的需要。

变形基础仍旧是欧氏几何形体。在这里，这些形体代表一个起始阶段，意味着静止、稳定、分离和非时间性。线性或者非线性变形的过程则意味着动态、连续以及时间因素的参与。拓扑变形形成的形式序列蕴含时间等第四维元素的表达。

拓扑连续变形为建筑形式的生成提供了一种方法，并且成为了建筑动态形式的过程。连续变形的手法为建筑带来了动态的特性，同时也使之拥有了与动态性相关的其他元素。

**第二篇：拓扑学心得**

拓扑学心得体会

姓名：贾文琳 学号：201102024016 班级2024级数师一班

摘要：拓扑学是一门抽象的学科，是一门研究几何图形在连续变形下保持不变的性质的学科，也是一门在现代数学、自然科学以及社会科学等众多领域中应用极为广泛的数学学科。它源于对周围世界的直观观察。它是几何学的一个分支，但又与通常的欧式几何是不同的几何学分支，通常的平面几何或立体几何研究的对象是点、线、面之间的位置关系以及它们的度量性质，而拓扑学对于研究对象的长短、大小、面积、体积等度量性质和数量关系都没有关系。因此，它以一种独特的视角去将世界数学化。

关键词：几何学分支 数学化 抽象

初识拓扑学，是在数学建模培训的时候，当时是老师介绍欧拉在1736 年解决的哥尼斯堡的七桥问题：哥尼斯堡的普雷格尔河上建有七座桥，将河中间的两个岛和河岸联结起来。人们闲暇时经常在这上边散步，一天有人提出：能不能每座桥都只走一遍，最后又回到原来的位置。这个问题看起来很简单有很有趣的问题吸引了大家，很多人在尝试各种各样的走法，但谁也没有做到。1736年，有人带着这个问题找到了当时的大数学家欧拉，欧拉经过一番思考，很快就用一种独特的方法给出了解答。欧拉把这个问题首先简化，他把两座小岛和河的两岸分别看作四个点，而把七座桥看作这四个点之间的连线。那么这个问题就简化成，能不能用一笔就把这个图形画出来。经过进一步的分析，欧拉得出结论——不可能每座桥都走一遍，最后回到原来的位置。并且给出了所有能够一笔画出来的图形所应具有的条件。而后的“四色问题”等拓扑学经典问题都向我们展现了拓扑学的广泛应用以及它独特的思考方式。为我们用学好数学以及更深刻的理解数学提供了一种思路。

下面我将谈谈我在本学期对本书前三章的学习心得体会。

首先，在《集合论与逻辑》一章中，我们利用高中所学知识就可以很容易的理解集合与函数的相关概念，比如集合中的每一个事物都叫做“元素”，也可以叫做“成员”、“点”，集合根据元素个数可以分为有限集合和无限集合。同样，我们又学习了集合与元素、集合与集合之间的表示以及集合间的运算等。而这其中我们首次接触到集合的族的概念，即以集合作为元素的集合我们称之为“族”。同时也给出了有限集和无限集的定义，这与我们在《近世代数》中所学的定义是不一样的，但它也给我们新的思考方式。

开集的概念直接传承于开区间，但却是抽取了开区间这个概念的本质内容所形成的。开集最终是一个适合范围很广的概念，也在某些性质上与开区间概念有所不同。设某非空集合X，它的幂集为2^X。若某集族T是该幂集的子集，同时还满足下述三个公理：1)、T中的任何元素（元素是集合）之并还是属于T；2)、T中的任何有限个元素之交还是属于T；3)、X本身以及空集是T的元素。上述三个公理称作“开集公理”。所以一个拓扑指的就是满足开集公理的一个开集族。一个集合的幂集的任意一个子集，只要其中的元素（集合）满足开集公理，那么这个子集就是这个集合的一个拓扑。由此可见，一个集合的拓扑可以有很多个，配上不同的拓扑，就形成了这个集合的不同的结构。一个开集族决定了集合中元素与元素之间的“连续性”属性，元素与元素之间的连续性决定了这个集合的几何结构。比如在这个拓扑下，元素1和元素2是连续的，或者称为是相邻的；而在另一个拓扑下，这俩元素完全可以是分隔开的，不连续的。

其次，在《拓扑空间与连续函数》一章中，给出了拓扑空间的定义：设X是一个集合，T是X的一子集族，如果T满足：（1）Ø，XT，（2）有限交封闭，（3）任意并封闭。则称T 为X的一拓扑空间。以及拓扑的基的满足：（1）对于每一个xX，至少存在一个包含x的基元素B，（2）如果B1,B2B,xB1B2的交，那么存在B3B，使得xB3B1B2。而我认为，集合的闭包与内部的定义性质以及相互的关系也是本章节的重点。即：拓扑空间X的一个子集A的内部定义为包含于A的所有开集的并，而A的闭包定义为包含着A的所有闭集的交。

而在学习连续函数这一小节时，我们除了联系数学分析中所学知识去学习本节的相应知识点，还要理解到，（1）对应法则、定义域空间拓扑，至于空间拓扑共同决定该函数的连续性；（2）连续函数的本质是开集的原像是开集，基的原像是开集，子基的原像是开集；（3）拓扑的性质是同胚把开集映射成开集，两拓扑空间同胚、开集一样，从而拓扑性质一样。

在学习箱拓扑和积拓扑的定义之后，对两者进行比较可以发现对于有限积Xa，两种拓扑是一样的，而一般来说箱拓扑更细于积拓扑。

在度量拓扑的学习中，我印象最深的是老师给我们拓展的四种空间，即拓扑空间、度量空间、赋范空间、内积空间的定义，并给出一致拓扑细于积拓扑，又粗于箱拓扑的定理，为我们理解这些拓扑，把握其中的区别也给出了很多很好的例子解释。

而《连通性与紧致性》一章中，我学习了连通性与紧致性的定义，即设X是一个拓扑空间，所谓的X的一个分割，是指X的一对无交的非空开集U和V，它们的并等于X，而如果X的分割不存在，则称空间X是连通的。而连通性的定义其实在数学分析中也有提到，这对我加深对其定义的理解起到了很好的效果，使我不易畏惧对该定义的学习。而我在学习中也发现证明X是连通空间，常常采用了反证法来进行。连通性也可以定义为：空间X是连通的当且仅当X中既开又闭的子集只有空集和X本身。对于连通性，有四个性质值得我们仔细学习，即：含一个公共点的X的连通子空间族的并是连通的；设A是X的一个连通子空间，若ABA,则B也是连通的；连通空间在连续映射下的像是连通的；有限多个连通空间的笛卡尔积是连通的。而紧致性的定义为：若X的任何一个开覆盖A，包含着一个覆盖X的有限自族，则称空间X是紧致的。而紧致空间中最核心的一点是任意开覆盖有有限子覆盖。

以上是我对本书学习中学的较明白的一些知识的理解和认识。在学习本书中，我也有一点体会：

第一，这门课程真的十分抽象，它完全不同于我们所学的其他数学课程，如数学分析、高等代数、解析几何、复变函数、常微分方程等，而且本书基本都是证明题，要求了较高的逻辑推理能力和抽象思维能力。而且知识间的联系是十分紧密的，如集合知识是拓扑学的基础，也是预备知识，而连续函数一章则是本书的重点。因此，如果其中一个知识点不清楚，那么在学习其后的知识就显得十分吃力。

第二，本门课程与我们已经学习的其他学科有很大的联系，如连通性、极限存在的条件、敛散性我们在数学分析中已经接触，集合、函数、连续性等也是我们在高中就学习过基本的定义，笛卡尔积的定义也在近世代数中学习到。因此，作为初学者，我们应该注意这些概念上本质性的问题与其他学科的联系，这样才能避免与其他学科的定义混淆。

第三，由于度量的观念在我们学生的脑海中根深蒂固，因此在学习本门课时，九五不感到这门学科简直是一个不可思议的自在之物，而此时，脑海中的度量观念不但不能成为帮助我们进行思维的一种工具，相反，却成为我们理解和运用拓扑学的原理及思想方法的主要障碍。因此，我们应该避开以度量的观念去思考拓扑学问题，这样才能正确理解到拓扑学这门学科。

连续性与离散性这对矛盾在自然现象与社会现象中普遍存在着，数学也可以粗略地分为连续性的与离散性的两大门类。拓扑学对于连续性数学自然是带有根本意义的，对于离散性数学也起着巨大的推进作用。例如，拓扑学的基本内容已经成为现代数学工作者的常识。拓扑学的重要性，体现在它与其他数学分支、其他学科的相互作用。拓扑学在泛函分析、实分析、群论、微分几何、微分方程其他许多数学分支中都有广泛的应用。因此学好拓扑学会给我们提供更多研究数学的方向。

参考文献：

[1]《拓扑学（原书第2版）》美James R.Munkres著，熊金成 吕杰 谭枫译 [2]《关于点集拓扑学以及它的作用》，杨旭，《松辽学刊·自然科学版》1985年第一期 [3]方嘉琳《点集拓扑学》，辽宁出版社 [4]《古思想方法》第四册，科学出版社 [5]www.feisuxs 百度百科“拓扑学”

**第三篇：14 拓扑学(下)**

课题：拓扑学（下）

【教学目标】了解拓扑学的发展史和有趣概念 【教学重点】拓扑学中的几个典型概念 【教学过程】 等价

在拓扑学里不讨论两个图形全等的概念，但是讨论拓扑等价的概念。比如，圆和方形、三角形的形状、大小不同，但在拓扑变换下，它们都是等价图形；足球和橄榄球，也是等价的----从拓扑学的角度看，它们的拓扑结构是完全一样的。

而游泳圈的表面和足球的表面则有不同的拓扑性质，比如游泳圈中间有个“洞”。在拓扑学中，足球所代表的空间叫做球面，游泳圈所代表的空间叫环面，球面和环面是“不同”的空间。

莫比乌斯环（只有一个面）

性质

“连通性”最简单的拓扑性质。上面所举的空间的例子都是连通的。而“可定向性”是一个不那么平凡的性质。我们通常讲的平面、曲面通常有两个面，就像一张纸有两个面一样。这样的空间是可定向的。而德国数学家莫比乌斯(1790～1868)在1858年发现了莫比乌斯曲面。这种曲面不能用不同的颜色来涂满。莫比乌斯曲面是一种“不可定向的”空间。可定向性是一种拓扑性质。这意味着，不可能把一个不可定向的空间连续的变换成一个可定向的空间。发展简史

萌芽

拓扑学起初叫形势分析学，这是德国数学家莱布尼茨1679年提出的名词。欧拉在1736年解决了七桥问题，1750年发表了多面体公式；高斯1833年在电动力学中用线积分定义了空间中两条封闭曲线的环绕数。Topology这个词是由J.B.利斯廷提出的(1847)，源自希腊文τόπος和λόγος（“位置”和“研究”）。这是拓扑学的萌芽阶段。

1851年，德国数学家黎曼在复变函数的研究中提出了黎曼面的几何概念，并且强调为了研究函数、研究积分，就必须研究形势分析学。黎曼本人解决了可定向闭曲面的同胚分类问题。

组合拓扑学的奠基人是法国数学家庞加莱。他是在分析学和力学的工作中，特别是关于复函数的单值化和关于微分方程决定的曲线的研究中，引向拓扑学问题的。他的主要兴趣在流形。在1895～1904年间，他创立了用剖分研究流形的基本方法。他引进了许多不变量：基本群、同调、贝蒂数、挠系数，探讨了三维流形的拓扑分类问题，提出了著名的庞加莱猜想。

拓扑学的另一渊源是分析学的严密化。实数的严格定义推动康托尔从1873年起系统地展开了欧氏空间中的点集的研究，得出许多拓扑概念，如聚点（极限点）、开集、闭集、稠密性、连通性等。在点集论的思想影响下，分析学中出现了泛函（即函数的函数）的观念，把函数集看成一种几何对象并讨论其中的极限。这终于导致抽象空间的观念。

点集拓扑

最早研究抽象空间的是M.-R.弗雷歇。他在1906年引进了度量空间的概念。F.豪斯多夫在《集论大纲》（1914）中用开邻域定义了比较一般的拓扑空间，标志着用公理化方法研究连续性的一般拓扑学的产生。随后波兰学派和苏联学派对拓扑空间的基本性质（分离性、紧性、连通性等）做了系统的研究。经过20世纪30年

拓扑学著作 代中期起布尔巴基学派的补充（一致性空间、仿紧性等）和整理，一般拓扑学趋于成熟，成为第二次世界大战后数学研究的共同基础。

欧氏空间中的点集的研究，例如，一直是拓扑学的重要部分，已发展成一般拓扑学与代数拓扑学交汇的领域，也可看作几何拓扑学的一部分。50年代以来，即问两个映射，以R.H.宾为代表的美国学派的工作加深了对流形的认识，是问两个给定的映射是否同伦，在四维庞加莱猜想的证明中发挥了作用。从皮亚诺曲线引起的维数及连续统的研究，习惯上也看成一般拓扑学的分支。代数拓扑

L.E.J.布劳威尔在1910～1912年间提出了用单纯映射逼近连续映射的方法，许多重要的几何现象，用以证明了不同维的欧氏空间不同胚，它们就不同胚。引进了同维流形之间的映射的度以研究同伦分类，并开创了不动点理论。他使组合拓扑学在概念精确、论证严密方面达到了应有的标准。紧接着，J.W.亚历山大1915年证明了贝蒂数与挠系数的拓扑不变性。

随着抽象代数学的兴起，1925年左右A.E.诺特提议把组合拓扑学建立在群论的基础上，在她的影响下H.霍普夫1928年定义了同调群。从此组合拓扑学逐步演变成利用抽象代数的方法研究拓扑问题的代数拓扑学。如维数、欧拉数，S.艾伦伯格与N.E.斯廷罗德1945年以公理化的方式总结了当时的同调论，后写成《代数拓扑学基础》(1952)，对于代数拓扑学的传播、应用和进一步发展起了巨大的推动作用。他们把代数拓扑学的基本精神概括为：把拓扑问题转化为代数问题，通过计算来求解。直到今天，同调论所提供的不变量仍是拓扑学中最易于计算和最常用的不变量[2]。

同伦论

同伦论研究空间的以及映射的同伦分类。W.赫维茨1935～1936年间引进了拓扑空间的n维同伦群，其元素是从n维球面到该空间的映射的同伦类，一维同伦群就是基本群。同伦群提供了从拓扑到代数的另一种过渡，其几何意义比同调群更明显，但是极难计算。同伦群的计算，特别是球面的同伦群的计算问题刺激了拓扑学的发展，产生了丰富多彩的理论和方法。1950年法国数学家塞尔利用J.勒雷为研究纤维丛的同调论而发展起来的谱序列这个代数工具，在同伦群的计算上取得突破。

从50年代末在代数几何学和微分拓扑学的影响下产生了K理论，以及其他几种广义同调论。它们都是从拓扑到代数的过渡。尽管几何意义各不相同，代数性质却都与同调或上同调十分相像，是代数拓扑学的有力武器。从理论上也弄清了，同调论（普通的和广义的）本质上是同伦论的一部分。

微分拓扑

微分拓扑是研究微分流形与可微映射的拓扑学。随着代数拓扑和微分几何的进步，在30年代重新兴起。H·惠特尼（H.Whitney）在1935年给出了微分流形的一般定义，并证明它总能嵌入高维欧氏空间。为了研究微分流形上的向量场，他还提出了纤维丛的概念，从而使许多几何问题都与同调（示性类）和同伦问题联系起来了。

1953年R·托姆（Rene Thom）的配边理论开创了微分拓扑学与代数拓扑学并肩跃进的局面，许多困难的微分拓扑问题被化成代数拓扑问题而得到解决，同时也刺激了代数拓扑学的进一步发展。1956年米尔诺发现七维球面上除了通常的微分结构之外，还有不同寻常的微分结构。随后，不能赋以任何微分结构的流形又被人构作出来，这些都显示拓扑流形、微分流形以及介于其间的分段线性流形（piecewise linear manifold）这三个范畴有巨大的差别，微分拓扑学也从此被公认为一个独立的拓扑学分支。1960年斯梅尔证明了五维以上微分流形的庞加莱猜想。[3] J.W.米尔诺等人发展了处理微分流形的基本方法──剜补术，使五维以上流形的分类问题亦逐步趋向代数化。

近些年来，有关流形的研究中，几何的课题、几何的方法取得不少进展。突出的领域如流形的上述三大范畴之间的关系以及三维、四维流形的分类。80年代初的重大成果有：证明了四维庞加莱猜想，发现四维欧氏空间存在不同寻常的微分结构。这种种研究，通常泛称几何拓扑学，以强调其几何色彩，区别于代数味很重的同伦论。

四、学科影响

连续性与离散性这对矛盾在自然现象与社会现象中普遍存在着，数学也可以粗略地分为连续性的与离散性的两大门类。拓扑学对于连续性数学自然是带有根本意义的，对于离散性数学也起着巨大的推进作用。例如，拓扑学的基本内容已经成为现代数学工作者的常识。拓扑学的重要性，体现在它与其他数学分支、其他学科的相互作用。拓扑学在泛函分析、实分析、群论、微分几何、微分方程其他许多数学分支中都有广泛的应用。

微分几何

拓扑学与微分几何学有着血缘关系，它们在不同的层次上研究流形的性质。为了研究黎曼流形上的测地线，H.M.摩尔斯在20世纪20年代建立了非退化临界点理论（摩尔斯理论），把流形上光滑函数的临界点的指数与流形本身的贝蒂数联系起来，并发展成大范围变分法。莫尔斯理论后来又用于拓扑学中，证明了典型群的同伦群的博特周期性定理，并启示了处理微分流形的剜补术。微分流形、纤维丛、示性类给E·嘉当的整体微分几何学提供了合适的理论框架，也从中获取了强大的动力和丰富的课题。陈省身在40年代引进了“陈示性类”，就不但对微分几何学影响深远，对拓扑学也十分重要。纤维丛理论和联络论一起为理论物理学中杨－米尔斯规范场理论提供了现成的数学框架，犹如20世纪初黎曼几何学对于A.爱因斯坦广义相对论的作用。规范场的研究又促进了四维的微分拓扑学出人意料的进展。

分析学

拓扑学对于分析学的现代发展起了极大的推动作用。随着科学技术的发展，需要研究各式各样的非线性现象，分析学更多地求助于拓扑学。要问一个结能否解开（即能否变形成平放的圆圈），30年代J.勒雷和J.P.绍德尔把L.E.J.布劳威尔的不动点定理和映射度理论推广到巴拿赫空间形成了拓扑度理论。后者以及前述的临界点理论，都已成为研究非线性偏微分方程的标准的工具。微分拓扑学的进步，促进了分析学向流形上的分析学(又称大范围分析学)发展。在托姆的影响下，然后随意扭曲，微分映射的结构稳定性理论和奇点理论已发展成为重要的分支学科。S.斯梅尔在60年代初开始的微分动力系统的理论。就是流形上的常微分方程论。M.F.阿蒂亚等人60年代初创立了微分流形上的椭圆型算子理论。著名的阿蒂亚-辛格指标定理把算子的解析指标与流形的示性类联系起来，是分析学与拓扑学结合的范例。现代泛函分析的算子代数已与K理论、指标理论、叶状结构密切相关。在多复变函数论方面，来自代数拓扑的层论已经成为基本工具。

抽象代数

拓扑学的需要大大刺激了抽象代数学的发展，并且形成了两个新的代数学分支：同调代数与代数K理论。代数几何学从50年代以来已经完全改观。托姆的配边理论直接促使代数簇的黎曼－罗赫定理的产生，后者又促使拓扑K 理论的产生。现代代数几何学已完全使用上同调的语言，代数数论与代数群也在此基础上取得许多重大成果，例如有关不定方程整数解数目估计的韦伊猜想和莫德尔猜想的证明。范畴与函子的观念，是在概括代数拓扑的方法论时形成的。范畴论已深入数学基础、代数几何学等分支，对拓扑学本身也有影响。如拓扑斯的观念大大拓广了经典的拓扑空间观念。

经济学

在经济学方面，冯·诺伊曼首先把不动点定理用来证明均衡的存在性。在现代数理经济学中，对于经济的数学模型，均衡的存在性、性质、计算等根本问题都离不开代数拓扑学、微分拓扑学、大范围分析的工具。在系统理论、对策论、规划论、网络论中拓扑学也都有重要应用。

其他学科

托姆以微分拓扑学中微分映射的奇点理论为基础创立了突变理论，为从量变到质变的转化提供各种数学模式。在物理学、化学、生物学、语言学等方面已有不少应用。除了通过各数学分支的间接的影响外，拓扑学的概念和方法对物理学(如液晶结构缺陷的分类)、化学（如分子的拓扑构形）、生物学(如DNA的环绕、拓扑异构酶)都有直接的应用。

**第四篇：点集拓扑学学习心得**

这学期选修了点集拓扑学，在上课之前我根本不知道这是一门什么样的学科，也不知道什么是拓扑。刚开始学习的时候，我有点不在意，因为第一章前面部分的知识感觉和实变函数前面的知识大同小异。但是学到后面，就觉得并不一样，越来越抽象了。通过查阅资料，以及在后来的学习中，才对点集拓扑学有了进一步的了解。

点集拓扑学是由分析、几何、和代数等许多学科的一些基本概念和问题抽象而成的一个数学分支，是理工科相关专业的一门基础课。它的许多概念、理论、方法广泛的应用与泛函分析、微分几何和微分方程等领域中。通过这门课程的学习可以加强我们对学习了的数学分析、实变函数、常微分方程等课程的理解。因此我们有必要努力学好这一门课程。

在学习中我有几点深刻的体会。第一、这门课程确实很抽象。它不同于我们学习的其他数学课程，如数学分析、高等代数、常微分方程、实变函数等，点击拓扑几乎没有计算的内容，逻辑性强。在学习概念后就是一连串的定理、推论，例子也比较少，且多为证明。所以学习起来就比较枯燥。一开始学习的掉以轻心让我后悔不已。

第二、抽象的概念也是有它形成的基础。点集拓扑学是一门建立在集合论的基础上的一门学科，因此第一章的集合论初步是学习的预备知识。尤其是映射的像和原像的性质，这些性质对刻画拓扑空间中映射的连续性有重要作用。而第二章是全书的理论基础，尤其重要。并且概念和概念之间也是相互联系的。比如度量给出以后，度量空间的相应概念由此产生。开集、邻域的概念形成后，导集、闭集、闭包、内部、边界及其性质大都是借助它们来说明的。因此学习的时候每一个概念都要弄懂。

第三、点集拓扑学中涉及到很多我们已经在其他学科中学习到的知识，因此我们要注意对比分析。序列的极限、函数的连续性是数学分析的基础，其中涉及两个实数的距离。数学分析中绝大多数问题都离不开距离。而点集拓扑学中建立了以距离为出发点的距离空间。数学分析中我们熟知的欧式空间和欧式空间之间的连续函数的概念，经由度量空间和度量空间的连续映射，抽象到拓扑空间和拓扑空间之间的连续映射。数学分析中数列涉及敛散性、连续性、以及极限存在的条件等，而点集拓扑学中序列也涉及到这些内容，但是它们之间存在着异同之处。在拓扑空间中一般不能用点列的收敛来刻画聚点，进而拓扑空间之间的连续映射不能用极限来刻画。作为初学者，我们应该尤其注意这些概念上本质性的问题。

另外，在学习过程中也有些疑问。这学期我们正在学习实变函数论，其中涉及到许多和点集拓扑学相似的结论，以至于我有些混淆。实变函数论老师说在点集拓扑学中成立的有些结论在实变函数论中一定成立，但是在实变函数论中成立的结论在点集拓扑学中不一定成立，我不知道这具体是为什么。感觉这两门课程都比较难，还需要花大量时间去学习。

我们在这一学期其实只学习到这门课程的的一部分内容，我有种接触了这门课程但是完全学得不透彻的感觉。平时的例子很少，也不清楚这门课程的具体应用。大三下期，同学们要不是准备考研，要不

就是准备师范技能，因此对这门课程的重视度不高。因此，如果可以调整课程的开设时间也许学习效果会好一些。

**第五篇：学习拓扑学的心得体会**

学习《拓扑学》的心得体会

摘要：拓扑学是一门综合性比较强的数学学科，是我们大学生学习必不可少的学科。我们之前学习了的物理学、高等代数、数学分析、初等几何等多门学科都有关联，是我们之前学习的延伸，接触了比之前更高深的问题，同时加深了与其他学科的联系。在学习集合相关概念时，引发了我对于现实生活中的一些思考，进一步感受到了数学的严谨性。在学习拓扑中的基，由此想到了之前在初等数论中学习的鸽巢原理。在学习连续函数的不同定义时，与之前学习的数学分析中的相关类容作出了比较，并进一步理解了函数的连续性。

关键词：数学学科；延伸；联系；严谨性

一、什么是拓扑学？

我们所谓的拓扑学，是在数学学科当中比较抽象的一门学科。它的英文名是Topology，直译是地质学，也就是和研究地形、地貌相类似的有关的学科。我国早期有人曾经把它翻译成为“形势几何学”、“连续几何学”、“一对一的连续变换群下的几何学”，但是，这几种译名无论对于老师还是学生来说都不大好理解，于是在1956年最终用统一的《数学名词》把它确定为拓扑学，这是按音译过来的。

拓扑学是数学当中一个重要的、基础性的学科分支。它最初是几何学的一个分支，主要研究几何图形在连续变形下保持不变的性质，现在已成为研究连续性现象的重要的数学分支。然而，这种几何学又和通常的平面几何、立体几何又有所不同。通常的平面几何或立体几何所研究的对象是点、线、面之间的位置关系以及它们的度量性质，而拓扑学对于研究对象的长短、大小、面积、体积等度量性质和数量关系都无关。举例来说，在通常的平面几何里，把平面上的一个图形搬到另一个图形上，如果它们能够完全重合，那么这两个图形叫做全等图形。但是，在拓扑学里所研究的图形，在运动中无论它的大小或者形状都发生变化。在拓扑学里没有不能弯曲的元素，每一个图形的大小、形状都可以改变。例如，前面讲的欧拉在解决哥尼斯堡七桥问题的时候，他画的图形就不考虑它的大小、形状，仅考虑点和线的个数，这些就是拓扑学思考问题的出发点。

而在我们大学中主要主要学习两部分，一部分是一般拓扑学，另一部分是代数拓扑学。一般拓扑学分为了八章，分别是：集合论与逻辑、拓扑空间与连续函数、连通性与紧致性、可数性公理与分离公理、Tychonoff定理、度量化定理与仿紧致性、完备度量空间与函数空间、Baire空间和维数论。代数拓扑学分为了六章，分别是：基本群、平面分割定理、Seifert-van Kampen 定理、曲面分类、复叠空间分类、在群论中的应用。

二、学习拓扑学的意义

拓扑学本身是一门饶有兴味的学科，很多本科大学把它作为了大学生学习的必修课程，这样有利于培养学生的抽象思维能力，提高解决问题和分析问题的能力，为了让学生在学习中进一步掌握和奠定近世数学的一些知识基础。因此，它是大学生学习不可缺少的一门专业。

拓扑学是一门综合性的学科，它的作用非常广泛，广泛运用于微分几何学、分析学、抽象代数、物理、经济学、哲学等其他多门学科有着不可分开的关系，对他们都有着极大地推动作用。在微分几何中，H.M.莫尔斯在20世纪20年代为了研究流体问题，利用拓扑学的相关思想把流体上的光滑函数的临界点指数与流体本身的贝蒂数联系在一起，使之发展成了大范围的变分法。随后，莫尔斯、陈省身等在这上面的成就，对微分几何和拓扑都有着十分重要的意义。在分析学中，微分拓扑学的进步，在很大程度上促进了分析学向流形上的分析学的发展。后来在托姆的影响下，将微分映射的结构稳定性理论和奇点理论发展成了当中重要的分支学科。后来，著名的阿蒂亚-辛格指标定理把算子的解析指标与流体结合起来，很好的将分析学与拓扑学结合在一起了。同时，对现代泛函分析和复变函数的多个方面都有着重要的意义。在抽象代数中，拓扑学很好地促进了抽象代数的发展，在代数数论以及代数群的基础上都有巨大的进步。后来形成的范畴论又深入了数学基础、代数几何等，还有托普斯的的观念拓广了经典的拓扑空间观念。在经济学中，很多地方都有着重要的作用，如均衡的存在性、性质、计算等根本问题。同时，在系统理论、对策论、规划论、网络论中也都有着十分重要的作用。

学习拓扑学，不仅仅让学生体会到拓扑学与其他学科紧密联系，还可用来解决很多实际问题，如：扭结问题、维数概念、向量场问题、不动点问题。此外，还能让学生了解当中的研究方法，拓宽了学生的思维，让学生在看问题以及解决问题的时候，能从多方面思考问题，并将其他学科紧紧联系在一起。

三、学习拓扑学中某一内容的感想

学习拓扑学之前，我们认定由一些对象构成的集合这个概念是直观自明的。而我们在学习第一章《集合论与逻辑》中，我们不仅知道了什么是集合，而且还介绍了集合论的思想，并建立了基本术语和记号，还知道了拓扑学与哲学的联系，集合可以既开又闭，而一扇门不能既开又闭。通过这些，就很好的吸引了我们的兴趣，引发了我们很多的思考。对于集合，我们通常用字母A,B…表示集合，用小写字母a,b,…表示属于集合的成员或元素。集合有时简称为集，元素有时简称为元或点。如果成员a属于集合A，就记作aA。如果a不属于A，就记作aA。若集合A与B是同一个集合的两个符号，也就是说A与B含有完全相同的元素，记为A=B。反之，则记为AB。若A的每一个元素都是B的元素，就说A是B的子集，记作AB。之后学习了集合的“并”与“或”的含义，即给定两个集合A和B，由A中所有元素及B中所有元素可以组成一个集合，这个集合就称为A与B的并或并集，记作AB。也就是说AB={x

xA或xB}。在日常生活中，“或”这个词是含糊的，有时“P或Q”这句话意味着“P或Q，或者既P又Q”，有时又意味着“P或Q，但不是既P又Q”，很多时候都要通过文章的上下文才能知道究竟指的是哪一种。而在数学当中，是不容许这种含糊的，无论何时都只承认它的一种含义，否则就要引起混乱。因此，数学家们在这种情况下，若要表示“P或Q，但不是既P又Q”，就必须明确的加上短语“但不是既P又Q”。照这样下去，定义AB的式子就很清楚了，它表明AB是由所有属于A，或者属于B，或者既属于A又属于B的元素x组成的集合。通过集合这个简单概念的学习，让我明白了数学的严谨性。很多东西在日常生活中是含糊的，但是在数学当中是非常严谨的。学习了拓扑学，让我们的思维变得严谨了，做事考虑得更周到，通过它的学习还是受益匪浅的。

在第二章的学习当中，学习了拓扑空间与连续函数的相关知识。这个当中，让我明白了拓扑当中的基必须满足两个条件：（1）对于每一个xX，至少存在一个包含x的基元素B；（2）若x属于两个基元素B1和B2的交，则存在包含于x的一个基元素B3，使得B3B1B2。通过这个知识的学习，让我明白了用平面上的两个圆形域所组成的族也满足基的定义当中的两个条件。同时，平面上所有矩形域组成的族，其中矩形的边平行于两个坐标轴，这样的图形就满足基的基本定义，由于任何两个基元素的交就是一个基元素。在这当中，我们抽象出了集合的基，知道了集合中元素的基与鸽巢原理的关系，这样和我们之前所学习的初等数论又很好的联系起来了。在初等数论中，我们知道鸽巢原理就是：如果K+1个或更多的物体放入K个盒子，那么至少有一个盒子含2个或更多的物体。推广之后就是：（1）当盒子仅有N个，而物体的数目大于m×N时，则必有一个盒子有m+1个物体或者大于m+1个；（2）若m个物体放入N个盒子中，那么至少有一个盒子包含了至少[m/N]个物体。

在本章的后半部分，学习了函数的连续性，连续函数的概念是许许多多数学学科的基础，尤其是数学分析，基本上都是先讲直线上的连续函数，然后提到平面和空间上的连续函数。这一章的学习，是前面我们在数学分析中所给出的连续函数的性质的直接推广。之前，我们在数学分析当中定义的连续函数，是通过极限来定义的，即函数中定义域内任意一点的左右极限存在，且左极限等于右极限为连续函数的定义。而在拓扑学中，则是通过拓扑空间来定义的，设X和Y是两个拓扑空间，函数f：XY称为连续的，如果对于Y中的每一个开子集V，f-1（V）是X中的一个开子集。在此条件下，与f连续有三个等价的命题，即：（1）对于X的任意一个子集A，有f（A的闭包）包含于f（A）的闭包；（2）对于Y的任意一个闭集B，f-1（B）是X中的一个闭集；（3）对于每一个xX和f（x）的每一个邻域V，存在x的一个邻域U使得f（U）V。

仅仅从这些简单的定义来看，拓扑学在定义数学概念中更加严密，更深一步，是我们之前学习知识很好的延伸。通过大量的学习，让我们认识到了学习拓扑学的好处，它是我们大学学习必不可少的。虽然在学习的过程中感觉很艰难困苦，但是整个的收获还是不错的。总的来说，让我们的思维得到了很大的锻炼，提高了我们思维的高度。

参考文献：

1.杨旭.《关于点集拓扑学以及它的作用》.松辽学刊自然科学版1985年第一期，2024-11-08 2.James R.Munkres.《拓扑学》原书第2版.机械工业出版社，2024-11第1版第5次印刷 3.邓一凡.《拓扑学的产生与发展》.2024-12-03 4.xp84.《拓扑学》.2024-09-13 5.亚当斯、沈以淡.《拓扑学基础及应用》.机械工业出版社.2024年04月

本文档由站牛网zhann.net收集整理，更多优质范文文档请移步zhann.net站内查找